

ANALISIS KESTABILAN MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED ISOLATION HOSPITALIZED RECOVERED (SII_5HR) PADA PENYEBARAN COVID-19

Susila Bahri¹, Aliffia Dewi Putri², Ahmad Iqbal Baqi³

^{1,2,3}Matematika, FMIPA, Universitas Andalas – Limau Manis, Padang, Sumatra Barat

¹susilabahri@sci.unand.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui seberapa besar tingkat penularan COVID-19. Model SII_5HR (Susceptible, Infected, Isolation, Hospitalized, Recovered) diaplikasikan. Model ini memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit. Kestabilan pada kedua titik ekuilibrium tersebut adalah stabil asimtotik. Dalam penelitian ini model disimulasikan dengan data COVID-19 Provinsi DKI-Jakarta dari 1 Januari 2021 hingga 1 Januari 2022. Simulasi numerik dengan berbagai nilai parameter laju perawatan dan isolasi mandiri dilakukan untuk melihat pengaruh kedua parameter terhadap pengurangan penyebaran. Hasil dari Simulasi numerik model SII_5HR menunjukkan rendahnya individu yang melakukan perawatan dan isolasi mandiri mengakibatkan penularan COVID-19 semakin tinggi

Kata Kunci: COVID-19; Model SII_5HR Kestabilan Model; Stabil Asimtotik

Abstract

This study aims to find out how big the transmission rate of COVID-19 is. The SII_5HR (Susceptible, Infected, Isolation, Hospitalized, Recovered) model was applied. This model has two equilibrium points, namely a disease free equilibrium point and a disease-endemic equilibrium point. The stability at the two equilibrium points is asymptotically stable. In this study, the model was simulated using COVID-19 data for DKI-Jakarta Province from 1 January 2021 to 1 January 2022. Numerical simulations with various values of the rate of treatment and self-isolation parameters were carried out to see the effect of these two parameters on reducing the spread. The results of the numerical simulation of the SII_5HR model show that the low number of individuals who carry out self care and isolation results in higher transmission of COVID-19

Keywords: COVID-19; Model SII_5HR ; Model Stability; Asymptotically Stable

Pendahuluan

Coronavirus Disase 2019 merupakan suatu jenis penyakit pernapasan yang disebabkan oleh virus Corona bernama SARS-CoV-2. Virus ini pertama kali terdeteksi di China pada akhir 2019 dan telah menyebar ke seluruh dunia (“Coronavirus Disease 2019 (COVID-19),” 2022).

Hingga saat ini COVID-19 terus menyebar dan menimbulkan korban. Menurut WHO hingga 15 September 2023 di dunia tercatat sebanyak 6.957.216 jiwa meninggal akibat penularan

COVID-19 (WHO Coronavirus (COVID-19), n.d.). Data yang diperoleh dari Kementerian Kesehatan Republik Indonesia mencatat hingga 6 september 2023 sebanyak 161.918 jiwa meninggal akibat penularan COVID-19 (“Data COVID-19,” t.t.).

Untuk mengurangi penularan COVID-19 pemerintah menerapkan pembatasan sosial, meningkatkan tes, telusur, dan treatment, serta mempersiapkan rumah sakit dan tenaga kesehatan. Selain itu, untuk menekan angka kematian kementerian kesehatan menetapkan pasien yang dirawat di rumah sakit hanyalah pasien dengan gejala sedang hingga kritis saja. Oleh karena itu pasien OTG (Orang Tanpa Gejala) di anjurkan untuk isolasi mandiri (Rokom, 2022).

Tingkat penyebaran COVID-19 yang tinggi mendorong para ahli matematika untuk membuat model dinamika penyebaran COVID-19. Berbagai penelitian matematika tentang COVID-19 telah dilakukan oleh beberapa matematikawan diantaranya, Nita H. Shah, dkk pada tahun 2020 penelitiannya membahas tentang model *EICHD* (*Exposed, Infected, Critically, Hospitalised, Dead*) untuk meneliti perilaku transmisi covid-19 berdasarkan strategi control yang berbeda. Teori optimal control diaplikasikan ke model untuk menunjukkan pengaruh yang kuat dari bermacam macam strategi seperti karantina, isolasi individu terinfeksi, peningkatan imunitas individu dan perawatan. Efek strategi-strategi control tersebut dianalisa secara grafik dengan mensimulasikan model secara numerik (Shah dkk., 2020).

Pada tahun selanjutnya Shijie Liu dan Maoxing Liu membahas model *SEQIR* (*Susceptible, Exposed, Quarantine, Infected, Recovered*). Dari penelitian diperoleh bahwa jika jumlah bilangan reproduksi dasar kurang dari satu ($R_0 < 1$) maka, kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik lokal, sedangkan kesetimbangan endemik stabil asimtotik lokal jika jumlah bilangan reproduksi dasar lebih besar dari satu ($R_0 > 1$). Untuk mendemonstrasikan penerapan model ini, dilakukan studi kasus berdasarkan data epidemi COVID-19 dari Perancis, Italia, dan Inggris (Liu & Liu, 2021).

Pada tahun 2022 Abadi Abay Gebremeske dkk, mengkontruksi model kompartemen deterministic *SII_uR* (*Susceptible, Infected, ICU, Recovered*) untuk menganalisis dinamika transmisi covid-19. Pada penelitiannya peneliti membagi populasi menjadi 4 subpopulasi yaitu rentan, terinfeksi, individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan ICU, dan sembuh. Dari penelitian diperoleh bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit adalah satbil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ sedangkan titik ekuilibrium endemiknya stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$. Selanjutnya dengan mengkonstruksi fungsi Lyapunof diperoleh bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit adalah stabil asimtotik lokal jika $R_0 \leq 1$ sedangkan titik ekuilibrium endemiknya stabil asimtotik global jika $R_0 > 1$ (Gebremeskel dkk., 2022).

Penelitian lainya dilakukan oleh Temesgen Duressa Keno dan Hana Tariku Etana (2023) membahas tentang model dinamika covid-19 *SEIHR* (*Susceptible, Exposed, Infected, Hospitalized, Recovered*) yang mempertimbangkan strategi efektivitas biaya dan memperoleh solusi yang positif pada domain tertentu. Dengan metode *NGM* peneliti memperoleh bahwa jika nilai reproduksi dasar $R_0 < 1$ maka titik ekuilibrium local maupun global adalah stabil. Selanjutnya melalui simulasi numerik dari model yang melibatkan subpopulasi rentan, terpapar, terinfeksi, perawatan, dan sembuh tersebut diperoleh bahwa kombinasi vaksinasi dan perawatan individu terinfeksi merupakan strategi yang dapat meminimumkan biaya maupun penyakit (Keno & Etana, 2023).

Untuk melihat tingkat keberhasilan kesembuhan dengan perlakuan isolasi mandiri dan perawatan maka, model *SII_sHR* (*Susceptible, Infected, Isolation, Hospitalized, Recovered*) diimplementasikan. Ide dari model *SII_sHR* yang diteliti pada penelitian ini diambil dari model yang dibahas oleh Temesgen Duressa Keno dan Hana Tariku Etana (2023). Berbeda dengan model *SEIHR* yang diteliti oleh Temesgen Duressa Keno dan Hana Tariku Etana (2023) pada penelitian ini subpopulasi terpapar diabaikan dan subpopulasi isolasi mandiri ditambahkan.

Pada model yang diusulkan dalam penelitian ini terdapat 5 subpopulasi yaitu subpopulasi rentan (*Susceptible*), subpopulasi terinfeksi (*Infected*), subpopulasi Isolasi mandiri (*Isolation*), subpopulasi perawatan (*Hospitalized*), dan subpopulasi sembuh (*Recovered*) akan dianalisis kestabilanya. Selanjutnya simulasi numerik dengan berbagai nilai parameter laju perawatan dan isolasi mandiri dilakukan untuk melihat pengaruh kedua parameter terhadap pengurangan penyebaran. Simulasi ini dilakukan dengan *software* MAPLE.

Metode Penelitian

Penelitian dilakukan dengan bentuk kajian literatur dengan materi dari jurnal ilmiah dan buku-buku yang berkaitan dengan pembahasan ini. Adapun tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengumpulkan referensi yang relevan dengan pembahasan
2. Mengkonstruksi model *SII_sHR* (*Susceptible, Infected, Isolation, Hospitalized, Recovered*)
3. Menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik
4. Menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0)
5. Menentukan kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit
6. Menentukan nilai variabel dan parameter

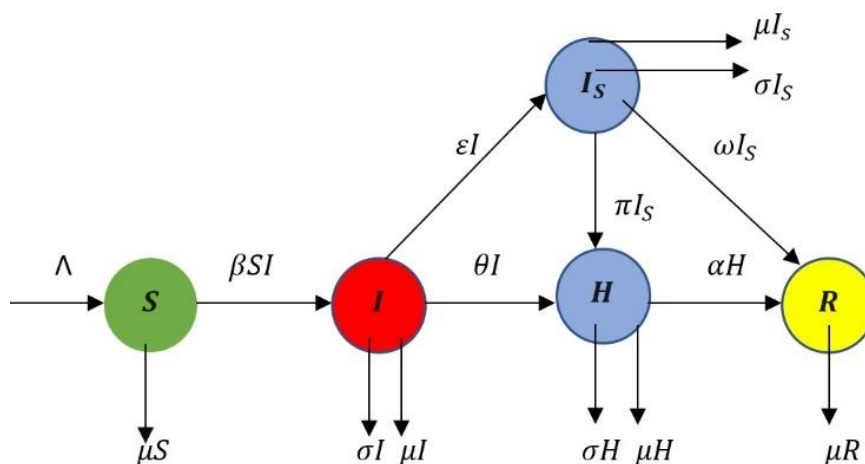
7. Menganalisis Kestabilan dari model dengan memperhatikan nilai variabel dan parameter
8. Menarik kesimpulan.

Hasil dan Pembahasan

Dalam model SII_SHR (*Susceptible, Infected, Isolation, Hospitalized, Recovered*), populasi di bagi menjadi 5 subpopulasi yaitu S merupakan subpopulasi yang rentan terhadap COVID-19, I yaitu subpopulasi yang terinfeksi COVID-19, I_S yaitu subpopulasi yang terinfeksi COVID-19 dan telah melakukan Isolasi mandiri, H yaitu subpopulasi yang terinfeksi COVID-19 dan telah mendapatkan perawatan medis, dan R adalah subpopulasi yang telah sembuh dari COVID-19. Model dikonstruksi berdasarkan asumsi sebagai berikut:

1. Terdapat Kelahiran Alami
2. Adanya kematian akibat COVID-19 pada subpopulasi *Infected, Isolation, dan Hospitalized*
3. Adanya kematian alami di setiap kelompok subpopulasi
4. Individu subpopulasi *Susceptible* yang melakukan interaksi langsung dengan individu subpopulasi *Infected* akan masuk ke subpopulasi *Infected*.
5. Individu subpopulasi terinfeksi dapat berpindah ke subpopulasi *Hospitalized* atau *Isolation*.
6. Individu subpopulasi *Isolation* dapat berpindah ke subpopulasi *Hospitalized*.
7. Individu subpopulasi *hospitalized* dan subpopulasi *isolation* dapat sembuh.
8. Individu sembuh dinyatakan benar-benar sembuh dan tidak rentan terhadap COVID-19 kembali.
9. Masa inkubasi sangat singkat.

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, maka diagram model SII_SHR dapat dikonstruksi pada Gambar berikut:



Gambar 1: Diagram Kompartemen Model SII_SHR .

model SII_SHR untuk dinamika penyebaran COVID-19 dapat dinyatakan dalam persamaan diferensial biasa berikut (Bastin, 2018):

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Lambda - \mu S - \beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\mu + \sigma + \theta + \epsilon) I \\ \frac{dI_S}{dt} &= \epsilon I - (\mu + \sigma + \pi + \omega) I_S \\ \frac{dH}{dt} &= \pi I_S + \theta I - (\mu + \sigma + \alpha) H \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha H + \omega I_S - \mu R \end{aligned} \tag{1}$$

dengan semua nilai parameter lebih dari nol dan nilai awal $S(0) \geq 0, I(0) \geq 0, I_S(0) \geq 0, H(0) \geq 0, R(0) \geq 0$ dan total populasi adalah $N = S + I + I_S + H + R$ dan keterangan setiap parameter dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1: Deskripsi Parameter pada Model SII_SHR

No.	Parameter	Deskripsi
1	Λ	Laju kelahiran alami
2	β	Laju penularan penyakit
3	θ	Laju rawat inap subpopulasi terinfeksi
4	α	Laju kesembuhan subpopulasi rawat inap
5	ϵ	Laju isolasi mandiri subpopulasi terinfeksi
6	π	Laju rawat inap subpopulasi isolasi mandiri
7	ω	Laju kesembuhan subpopulasi isolasi mandiri
8	μ	Laju kematian alami
9	σ	Laju Kematian akibat terinfeksi

Dari sistim (1) analisa kestabilan model dilakukan dengan menentukan solusi model berupa titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium Endemik penyakit. Persamaan pada Sistem (1) menjadi , $\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dI_S}{dt} = \frac{dH}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$ (Lynch, 2007), maka dua titik ekuilibrium (bebas penyakit dan endemik) dapat diperoleh dari sistem berikut,

$$\Lambda - \mu S - \beta SI = 0 \tag{2}$$

$$\beta SI - (\mu + \sigma + \theta + \epsilon) I = 0 \tag{3}$$

$$\epsilon I - (\mu + \sigma + \pi + \omega) I_S = 0 \tag{4}$$

$$\pi I_S + \theta I - (\mu + \sigma + \alpha) H = 0 \tag{5}$$

$$\alpha H + \omega I_S - \mu R = 0 \quad (6)$$

Untuk menentukan titik equilibrium bebas penyakit terlebih dahulu misalkan $S = S^0$; $I = I^0$; $I_S = I_S^0$; $H = H^0$; $R = R^0$. Titik ekuilibrium bebas penyakit, yaitu kondisi Virus COVID-19 dianggap tidak menyebar maka ($I^0 = 0$), kemudian karna tidak terjadinya penyebaran Virus COVID-19 maka tidak ada populasi yang melakukan Isolasi mandiri ini berarti ($I_S^0 = 0$), tidak adanya populasi yang mesti mendapatkan perawatan medis ini berarti ($H^0 = 0$), dan tidak ada populasi yang sembuh dari infeksi COVID-19 mengakibatkan ($R^0 = 0$). Dengan menyelesaikan Persamaan (2) - (6) diperoleh

$$E^0 = (S^0, I^0, I_S^0, H^0, R^0) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0 \right). \quad (7)$$

Titik tetap $I \neq 0$ ini mengungkapkan terjadinya kondisi virus menyebar dalam suatu populasi. Dengan misalkan $S = S^*$; $I = I^*$; $I_S = I_S^*$; $H = H^*$; $R = R^*$. Dengan menyelesaikan Persamaan (2) - (6) diperoleh

$$\begin{aligned} E^* &= (S^*, I^*, I_S^*, H^*, R^*) \\ &= \left(\frac{\mu + \sigma + \theta + \epsilon}{\beta}, \frac{\Lambda \beta - \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)}{\beta(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)}, \frac{\epsilon(\Lambda \beta - \mu^2 - \mu\sigma - \mu\theta - \mu\epsilon)}{\beta(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)(\mu + \sigma + \pi + \omega)}, \right. \\ &\quad \left. \frac{(\Lambda \beta - \mu^2 - \mu\sigma - \mu\theta - \mu\epsilon)(\pi\theta + \pi\epsilon + \mu\theta + \omega\theta + \sigma\theta)}{\beta(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)(\mu + \sigma + \pi + \omega)(\mu + \sigma + \alpha)}, \right. \\ &\quad \left. \frac{(\Lambda \beta - \mu^2 - \mu\sigma - \mu\theta - \mu\epsilon)(\pi\theta\alpha + \pi\epsilon\alpha + \mu\theta\alpha + \omega\theta\alpha + \sigma\theta\alpha + \epsilon\omega\alpha + \epsilon\omega\mu + \epsilon\omega\sigma)}{\beta(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)(\mu + \sigma + \pi + \omega)(\mu + \sigma + \alpha)} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) merupakan bilangan yang menyatakan rata-rata banyaknya individu terinfeksi akibat tertular satu individu terinfeksi (Chaudhry, 2022). Bilangan ini dapat diperoleh dengan mengkonstruksi *Next Generation Matrix* dari persamaan subsistem terinfeksi pada model (1)

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\mu + \sigma + \theta + \epsilon)I \\ \frac{dI_S}{dt} &= \epsilon I - (\mu + \sigma + \pi + \omega)I_S \\ \frac{dH}{dt} &= \pi I_S + \theta I - (\mu + \sigma + \alpha)H. \end{aligned} \quad (9)$$

Misalkan F^* adalah matriks yang menggambarkan munculnya infeksi baru dan V^* adalah matriks yang menggambarkan perpindahan individu antar kelompok, maka

$$F^* = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta SI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$V^* = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mu + \sigma + \theta + \epsilon)I \\ -\epsilon I + (\mu + \sigma + \pi + \omega)I_S \\ -\pi I_S - \theta I + (\mu + \sigma + \alpha)H \end{bmatrix} \quad (11)$$

Selanjutnya F dan V dihitung berdasarkan turunan parsial dari F^* dan V^* terhadap variabel $I, I_S,$ dan H lalu substitusikan nilai ekuilibrium bebas penyakit (7) ke F dan V sehingga diperoleh

$$F = \begin{bmatrix} \beta S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$V = \begin{bmatrix} (\mu + \sigma + \theta + \epsilon) & 0 & 0 \\ -\epsilon & (\mu + \sigma + \pi + \omega) & 0 \\ -\theta & -\pi & (\mu + \sigma + \alpha) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Dengan

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)} & 0 & 0 \\ \frac{\epsilon}{(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)(\mu + \sigma + \pi + \omega)} & \frac{1}{(\mu + \sigma + \pi + \omega)} & 0 \\ \frac{\theta(\mu + \sigma + \pi + \omega) + \pi \epsilon}{(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)(\mu + \sigma + \pi + \omega)(\mu + \sigma + \alpha)} & \frac{\pi}{(\mu + \sigma + \pi + \omega)(\mu + \sigma + \alpha)} & \frac{1}{(\mu + \sigma + \alpha)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Kemudian, *Next Generation Matrix* adalah :

$$K = FV^{-1} \quad (15)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\beta \Lambda}{\mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari radius spektral atau nilai eigen terbesar matriks K (van den Driessche & Watmough, 2008), yaitu

$$R_0 = \rho FV^{-1} = \frac{\beta \Lambda}{\mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)}. \quad (16)$$

Model (1) merupakan sistem Persamaan diferensial nonlinier (Ross & Shepley, t.t.), oleh karena itu sistem harus dilinierisasikan menggunakan matriks Jacobian (*Elementary Differential*, t.t.). Matriks Jacobian dari sistem (1) adalah

$$J = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & -\beta S & 0 & 0 & 0 \\ \beta I & \beta S - (\mu + \sigma + \theta + \epsilon) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & -(\mu + \sigma + \pi + \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \theta & \pi & -(\mu + \sigma + \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & -\mu \end{bmatrix} \quad (17)$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai kestabilan dari titik ekuilibrium bebas penyakit. Matriks Jacobian pada E^0 adalah

$$J_{E^0} = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta\Lambda}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \beta I & \frac{\beta\Lambda}{\mu} - (\mu + \sigma + \theta + \epsilon) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & -(\mu + \sigma + \pi + \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \theta & \pi & -(\mu + \sigma + \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & -\mu \end{bmatrix} \quad (18)$$

Dengan menggunakan persamaan karakteristik(Boyce dkk., t.t.) diperoleh nilai eigen sebagai berikut

$$\lambda_1 = -\mu \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta\Lambda}{\mu} - \mu - \sigma - \theta - \epsilon \quad (20)$$

$$\lambda_3 = -\mu - \sigma - \pi - \omega \quad (21)$$

$$\lambda_4 = -\mu - \sigma - \alpha \quad (22)$$

$$\lambda_5 = -\mu \quad (23)$$

Titik ekuilibrium E^0 stabil asimtotik jika setiap nilai eigen dari matriks jacobian bernilai negatif (Axler & Ribet, t.t.). Untuk memenuhi kriteria kestabilan, maka mestilah $\lambda_2 < 0$, oleh karena itu

$$\begin{aligned} \frac{\beta\Lambda}{\mu} - \mu - \sigma - \theta - \epsilon &< 0 \\ \frac{\beta\Lambda}{\mu} &< \mu + \sigma + \theta + \epsilon \\ \frac{\beta\Lambda}{\mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)} &< 1 \\ R_0 &< 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Dengan demikian titik ekuilibrium bebas penyakit E^0 stabil asimtotik jika $R_0 < 1$.

Selanjutnya akan ditentukan nilai kestabilan dari titik ekuilibrium bebas penyakit.

Matriks Jacobian pada E^* adalah

$$J_{E^*} = \begin{bmatrix} -\frac{\Lambda\beta}{(\mu+\sigma+\theta+\epsilon)} & -\frac{\beta\Lambda}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Lambda\beta-\mu(\mu+\sigma+\theta+\epsilon)}{(\mu+\sigma+\theta+\epsilon)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & -(\mu+\sigma+\pi+\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \theta & \pi & -(\mu+\sigma+\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & -\mu \end{bmatrix} \quad (25)$$

dengan menggunakan persamaan karakteristik (Boyce dkk., t.t.),

$$\begin{aligned} (-\mu - \lambda)(-\mu - \sigma - \alpha - \lambda)(-\mu - \sigma - \pi - \omega - \lambda) \\ (\lambda^2 + \frac{\Lambda\beta}{(\mu+\sigma+\theta+\epsilon)}\lambda + \Lambda\beta - \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Maka diperoleh tiga nilai eigen yaitu

$$\lambda_1 = -\mu \quad (27)$$

$$\lambda_2 = -\mu - \sigma - \alpha \quad (28)$$

$$\lambda_3 = -\mu - \sigma - \pi - \omega \quad (29)$$

Nilai eigen lainnya diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan (30) dan (31)

$$\lambda^2 + \frac{\Lambda\beta}{(\mu+\sigma+\theta+\epsilon)}\lambda + \Lambda\beta - \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon) = 0 \quad (30)$$

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \quad (31)$$

nilai eigen dari Persamaan (31) akan negatif (*Complex_Variables-Fisher*, t.t.) jika

i. $a > 0$

$$a = 1 > 0 \quad (32)$$

ii. $b > 0$

$$b = \frac{\Lambda\beta}{(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)} > 0 \quad (33)$$

iii. $c > 0$

$$c = \Lambda\beta - \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon) > 0 \quad (34)$$

Selanjutnya jika $c > 0$ maka

$$\begin{aligned} \Lambda\beta - \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon) &> 0 \\ \Lambda\beta &> \mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon) \\ \frac{\Lambda\beta}{\mu(\mu + \sigma + \theta + \epsilon)} &> 1 \\ R_0 &> 1 \end{aligned} \tag{35}$$

Oleh karena itu titik ekuilibrium endemik penyakit (E^*) stabil asimtotik jika $R_0 > 1$ (xler & Ribet, t.t.).

Simulasi dari model SII_SHR penyebaran COVID-19 untuk membuat pola penyebaran COVID-19. Nilai-nilai parameter merupakan nilai asumsi, sedangkan nilai awal dari setiap variabel diperoleh dari data yang disediakan oleh website COVID-19 DKI-Jakarta pada tanggal 1 Januari 2021 sampai dengan 1 Januari 2022 (“Data Pemantauan COVID-19 DKI-JAKARTA,” 2023). Nilai Variabel dan nilai parameter disajikan dalam Tabel 2 dan Tabel 3

Tabel 2: Nilai Variabel SII_SHR

No.	Variabel	Nilai
1	N	1
2	$S(0)$	0,9828664313838
3	$I(0)$	0,0014909660851
4	$I_S(0)$	0,0009471312501
5	$H(0)$	0,000543834835
6	$R(0)$	0,0156426025310

Tabel 3: Nilai Parameter pada Model SII_SHR

No.	Parameter	Nilai
1	Λ	0,2240
2	β	0,0849
3	θ	0,3592
4	α	0,9286
5	ϵ	0,4626
6	π	0,0222
7	ω	0,9111
8	μ	0,0104
9	σ	0,0151

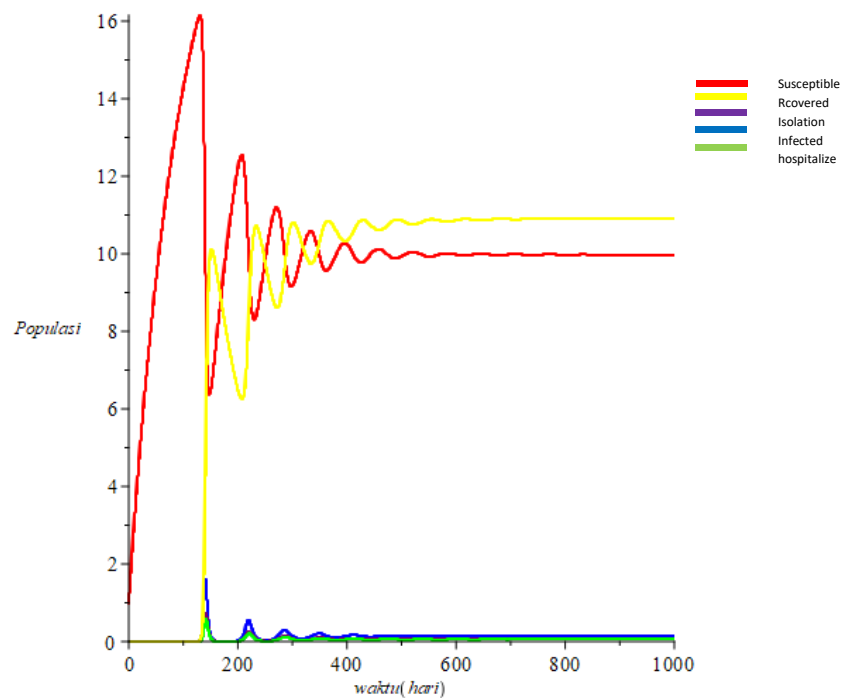
Nilai masing-masing parameter disubstitusikan kedalam model (1), sehingga model SII_SHR menjadi

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= 0,2240 - 0,0104S - 0,0849SI \\ \frac{dI}{dt} &= 0,0849 SI - 0,8473I \\ \frac{dI_S}{dt} &= 0,4626I - 0,9588I_S \\ \frac{dH}{dt} &= 0,022I_S + 0,3592I - 0,9541H \\ \frac{dR}{dt} &= 0,9286H + 0,9111I_S - 0,0104R . \end{aligned} \tag{36}$$

Selanjutnya, substitusikan nilai-nilai parameter ke persamaan (16), diperoleh $R_0 = 2,15$, hal ini berarti rata-rata satu orang terinfeksi dapat menginfeksi kecil dari satu orang yang rentan, yang secara spesifik berarti rata-rata satu orang dapat menginfeksi sekitar 2 orang yang rentan (Ma & Zhien, t.t.), yang berarti titik ekuilibrium model stabil asimtotik pada titik ekuilibrium endemik penyakit. Titik ekuilibrium endemik penyakit dengan nilai-nilai parameter dari Tabel 3 adalah sebagai berikut

$$E^* = \begin{bmatrix} S^* \\ I^* \\ I_S^* \\ H^* \\ R^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,979976443 \\ 0,1418721173 \\ 0,06845018926 \\ 0,05500477805, \\ 10,90792349 \end{bmatrix} \tag{37}$$

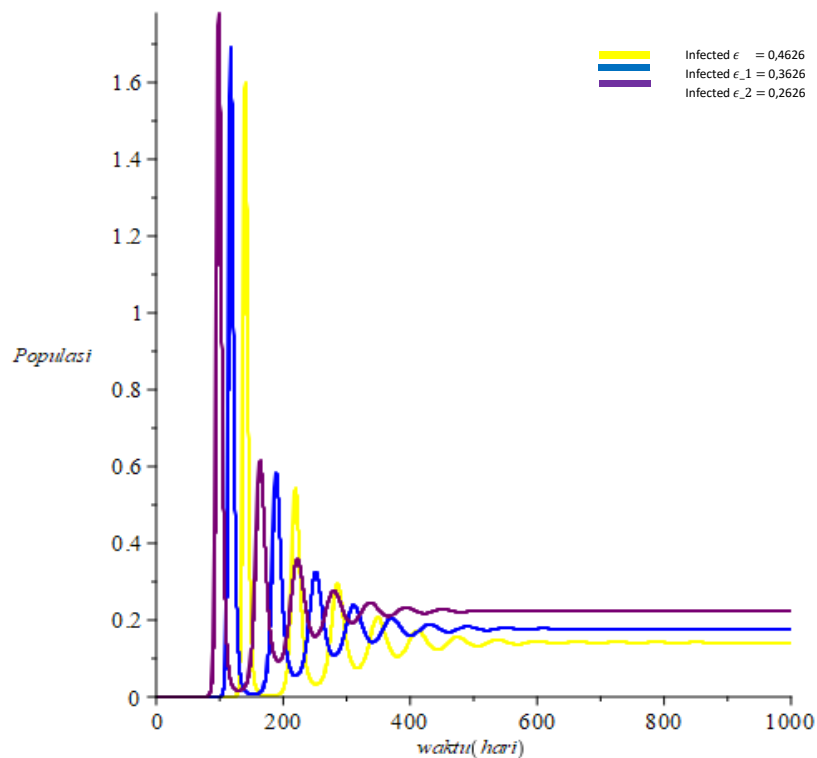
Grafik solusi dari sistem (1) disimulasikan dengan menggunakan MAPLE, diperoleh berarti



Gambar 2: Grafik solusi model SI_I_SHR

Dari Gambar terlihat bahwa jumlah subpopulasi susceptible, infected, isolation, hospitalized, dan recovered akan menuju ke titik ekuilibrium endemik penyakit. Selanjutnya, disimulasikan pengaruh variasi parameter ϵ dan θ terhadap individu baru yang terinfeksi. Hasil simulasi diberikan pada Gambar dan Gambar sebagai berikut.

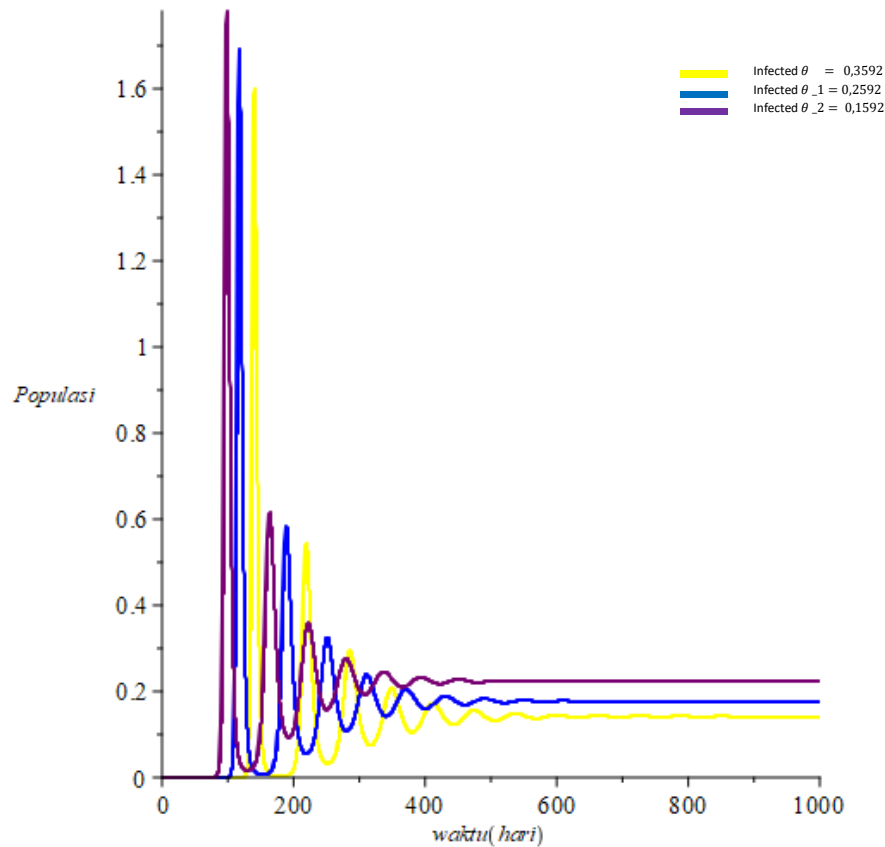
Pengaruh variasi nilai parameter $\epsilon = 0,4626$, $\epsilon_1 = 0,3626$, dan $\epsilon_2 = 0,2626$ dengan parameter lainnya tetap, dengan mengambil terhadap perubahan banyaknya individu yang terinfeksi diberikan pada Gambar berikut.



Gambar 3: Pengaruh variasi nilai parameter ϵ terhadap variabel *Infected*

Terlihat bahwa semakin kecil nilai ϵ maka semakin banyak populasi terinfeksi, ini berarti bahwa, semakin sedikit populasi yang melakukan isolasi mandiri maka, semakin tinggi tingkat penularan COVID-19 dan sebaliknya.

Selanjutnya pengaruh variasi nilai parameter $\theta = 0.3592$, $\theta_1 = 0.2592$, dan $\theta_2 = 0.1592$ dengan parameter lainnya tetap, dengan mengambil terhadap perubahan banyaknya individu yang terinfeksi diberikan pada Gambar berikut.



Gambar 4: Pengaruh variasi nilai parameter θ terhadap variabel *Infected*

Terlihat bahwa semakin kecil nilai θ maka semakin banyak populasi terinfeksi, ini berarti bahwa, semakin sedikit populasi yang melakukan perawatan maka, semakin tinggi tingkat penularan COVID-19 dan sebaliknya.

Simpulan dan Saran

Berdasarkan analisis kestabilan sistem, dapat disimpulkan bahwa jika $R_0 < 1$ maka, persamaan dari model (1) adalah stabil asimtotik pada titik ekuilibrium bebas penyakit E^0 dan penyakit akan menghilang dari populasi (Diekmann dkk., 2010). Namun jika $R_0 > 1$ maka persamaan dari model (1) adalah stabil asimtotik pada titik ekuilibrium endemik penyakit E^* dan penularan penyakit akan meningkat.

Dari hasil pengolahan simulasi data COVID-19 Provinsi DKI-Jakarta, pada tanggal 1 Januari 2021 sampai dengan 1 Januari 2022 diperoleh bahwa, rendahnya individu yang melakukan perawatan dan isolasi mandiri mengakibatkan penularan COVID-19 semakin tinggi. Sebaliknya, jika semakin tinggi individu yang melakukan isolasi mandiri dan perawatan maka tingkat penularan COVID-19 semakin kecil.

Pada penelitian selanjutnya, peneliti menyarankan untuk mengembangkan model SII_5HR dengan menambahkan variabel vaksin.

Referensi

- Axler, S., & Ribet, K. A. (t.t.). *The Theory of Differential Equations, Second Edition: Classical and Qualitative (Universitext)*. www.springer.com/series/223
- Bastin, G. (2018). *Lectures on Mathematical Modelling of Biological Systems*.
- Boyce, W. E., Hamilton, E. P., & Dprima, R. C. (t.t.). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, 8th Edition*.
- Chaudhry, M. R. A. (2022). Coronavirus infection outbreak. Dalam *Coronavirus Disease* (hlm. 47–57). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-824409-8.00009-6>
- Complex Variables-Fisher*. (t.t.).
- Coronavirus Disease 2019 (COVID-19) . (2022). *cdc*. <https://www.cdc.gov/dotw/covid-19/index.html>
- Data COVID-19. (t.t.). *INFEKSI EMERGING*. Diambil 15 September 2023, dari <https://infeksiemerging.kemkes.go.id/dashboard/covid-19>
- Data Pemantauan COVID-19 DKI-JAKARTA. (2023). *COVID-19 DKI-JAKARTA*. <https://corona.jakarta.go.id/id/data-pemantauan>
- Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., & Roberts, M. G. (2010). The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models. *Journal of the Royal Society Interface*, 7(47), 873–885. <https://doi.org/10.1098/rsif.2009.0386>
- Elementary Differential*. (t.t.).
- Gebremeskel, A. A., Berhe, H. W., & Abay, A. T. (2022). A Mathematical Modelling and Analysis of COVID-19 Transmission Dynamics with Optimal Control Strategy. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2022, 1–15. <https://doi.org/10.1155/2022/8636530>
- Keno, T. D., & Etana, H. T. (2023). Optimal Control Strategies of COVID-19 Dynamics Model. *Journal of Mathematics*, 2023, 1–20. <https://doi.org/10.1155/2023/2050684>
- Liu, S., & Liu, M. (2021). Dynamic Analysis of a Stochastic SEQIR Model and Application in the COVID-19 Pandemic. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/6125064>
- Lynch, S. (2007). *Dynamical systems with applications using mathematica*. Birkhäuser.
- Ma, & Zhien. (t.t.). *Dynamical Modeling and Analysis of Epidemics*.
- Rokom. (2022). *Kasus Konfirmasi Turun, Pemerintah Terus Perkuat Upaya Pencegahan*. KEMENKES. <https://www.sehatnegriku.kemkes.go.id>
- Ross, & Shepley. (t.t.). *introduction-to-ordinary-differential-equations-4th-edition-by-shepley-l-ross_compress*.
- Shah, N. H., Suthar, A. H., & Jayswal, E. N. (2020). Control Strategies to Curtail Transmission of COVID-19. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2020, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2020/2649514>
- van den Driessche, P., & Watmough, J. (2008). *Further Notes on the Basic Reproduction Number* (hlm. 159–178). https://doi.org/10.1007/978-3-540-78911-6_6

WHO Coronavirus (COVID-19). (t.t.). *World Health Organization*. Diambil 15 September 2023, dari <https://covid19.who.int/table>