

Studi Numerik Pengaruh Aliran Aksial Terhadap Aliran Taylor Vortex Turbulent Dengan Perpindahan Kalor

Iman Pradana A. Assagaf¹⁾, Hadi Susanto²⁾, Marsellinus Bachtiar³⁾, Angger Bagus Prasetiyo⁴⁾, Masbin Dahlan⁵⁾, Enni Sulfiana⁶⁾, Muh, Nurul Haq A⁷⁾,
*^{1, 5-7)}Politeknik ATI Makassar, Makassar
^{2, 3)}Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya, Jakarta
⁴⁾Institut Teknologi Nasional Yogyakarta, Sleman
iman.pradana@atim.ac.id

Abstrak

Pengaruh aliran aksial terhadap aliran *Taylor Vortex Turbulent* dengan perpindahan kalor dengan teliti dengan menggunakan metode numerik. Parameter geometri pada penelitian dengan radius ratio 0,714 dan aspect ratio 10 dengan bilangan *Reynold* melingkar antara 2596 sampai dengan 9087, kemudian Aliran aksial $Re_z = 5.12$ dengan temperatur pada silinder dalam (T_i) yaitu sebesar 50 °C dan temperatur silinder luar (T_o) adalah 90 °C. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Aliran turbulen dalam aliran *Taylor-Couette* dengan aliran aksial dicirikan oleh struktur vortex yang kompleks dan tidak beraturan. Koefisien perpindahan kalor pada kondisi konveksi di sekitar silinder dalam lebih tinggi dibandingkan dengan kondisi sedangkan untuk silinder luar kondisi diam dengan no slip condition. Peningkatan torsi akibat putaran silinder dalam aliran dipengaruhi oleh sel-sel vortex dalam aliran turbulen, yang juga menyebabkan kenaikan torsi gesekan.

Kata Kunci: *Taylor Vortex Turbulent*, Perpindahan kalor, Numerik, Koefisien perpindahan kalor, Torsi.

Abstract

The effect of axial flow on Taylor Vortex Turbulent flow with heat transfer is carefully used using numerical methods. The geometric parameters in the research are with a radius ratio of 0.714 and an aspect ratio of 10 with a circular Reynolds number between 2596 to 9087, then the axial flow $Re_z = 5.12$ with a temperature in the inner cylinder (T_i) of 50 °C and an outer cylinder temperature (T_o) is 90 °C. The research results show that the turbulent flow in Taylor-Couette flow with axial flow is characterized by a complex and irregular vortex structure. The heat transfer coefficient in convection conditions around the inner cylinder is higher compared to conditions while for the outer cylinder in stationary conditions with no slip conditions. The increase in torque due to cylinder rotation in flow is influenced by vortex cells in turbulent flow, which also causes an increase in friction torque.

Keywords: *Taylor Vortex Turbulent, Heat transfer, Numerical, Heat transfer coefficient, Torque.*

Pendahuluan

Aliran Taylor-Couette adalah aliran fluida yang terjadi di antara dua silinder koaksial yang berputar relatif satu sama lain. Sistem ini dicirikan oleh dua parameter utama: kecepatan sudut dari silinder dalam dan silinder luar, serta jarak di antara kedua silinder. Bilangan *Reynold* melingkar (Re_ω) adalah bilangan tak berdimensi yang digunakan untuk menggambarkan aliran fluida yang dipengaruhi oleh efek rotasi. Aliran *Taylor Vortex Flow*, adalah pola aliran yang muncul di antara dua silinder koaksial yang

berputar relatif satu sama lain ketika kecepatan putarannya mencapai nilai kritis tertentu. Ini adalah salah satu contoh klasik dari bagaimana aliran fluida yang stabil bisa menjadi tidak stabil dan membentuk struktur berulang sebagai respons terhadap gaya sentrifugal. Kemudian fase kompleks dari aliran fluida yang terjadi di antara dua silinder koaksial yang berputar relatif satu sama lain, di mana gaya sentrifugal dan viskositas memainkan peran penting. Pada kondisi tertentu, aliran ini bertransisi dari pola vorteks teratur ke pola aliran yang chaotically dan tidak teratur, menunjukkan karakteristik khas aliran turbulen. Oleh karena itu, aliran TC menunjukkan berbagai rezim aliran mengikuti peningkatan kecepatan rotasi silinder dalam. Banyak faktor yang mempengaruhi aliran *Taylor-Couette* seperti sifat fluida, geometri silinder bagian dalam, dan kecepatan putaran (Masuda et al., 2023) (Y. Q. Liu & Zhu, 2010) (Mulligan et al., 2018). Aliran aksial *Taylor-Couette* adalah fenomena dinamika fluida yang terjadi di antara dua silinder konsentrik yang salah satunya atau keduanya berputar, dengan tambahan aliran fluida dalam arah aksial (sepanjang sumbu silinder). Fenomena ini merupakan perluasan dari masalah klasik aliran *Taylor-Couette*, di mana perhatian utama biasanya tertuju pada pola aliran yang terbentuk akibat rotasi relatif antara kedua silinder (Poncet et al., 2011) (Dumont et al., 2001).

Jenis aliran ini umumnya diamati pada beragam perangkat seperti untuk filtrasi membran, peralatan motor listrik, bantalan, pipa panas yang berputar, dan peralatan pengeboran sumur minyak. (Swann et al., 2021) (Sun et al., 2023) (Chen et al., 2022). Perkembangan penelitian Aliran *Taylor-Couette* dengan aliran aksial, telah diteliti dengan berbagai metode seperti metode experimental, metode analitis dan metode komputasi dinamik. (Assagaf, 2019) (Lancial et al., 2017). Perilaku termal pada motor listrik, memanfaatkan simulasi CFD untuk menganalisis dampak fenomena aliran transien dan pola aliran *Taylor-Couette* terhadap perpindahan kalor. Hasil penelitiannya menunjukkan untuk mengoptimalkan efisiensi energi dan manajemen termal dalam desain dan pengoperasian motor listrik, menggaris bawahi pentingnya memahami aliran kompleks dan perilaku perpindahan kalor dalam *air gap*. (Hosain et al., 2017). Studi numerik pada karakteristik perpindahan panas aliran *Taylor-Couette* yang beroperasi dengan CO₂, Perpindahan Kalor sangat penting untuk desain bantalan pada CO₂ superkritis pada power cycles. dimana aliran pada permukaan berputar dicirikan sebagai aliran *Taylor-Couette*.

karakteristik perpindahan panas aliran *Taylor-Couette* yang beroperasi dengan CO₂. Hasilnya dapat digunakan untuk desain bantalan CO₂. (Qin et al., 2020)

Aliran transisi dengan kombinasi dari rotasi, aliran aksial dan perpindahan kalor menentukan dinamika aliran yang terjadi dalam industri yang kompleks. Tujuan dari penelitian adalah mempelajari pengaruh putaran silinder dalam dengan pengaruh aliran aksial dan perbedaan temperatur antara silinder luar dan dalam.

Metode

Penelitian ini memanfaatkan metode numerik dengan dukungan perangkat lunak CFD (*Computational Fluid Dynamics*). CFD adalah sebuah metode perhitungan yang menggunakan kendali terhadap dimensi, luas, dan volume, serta mengandalkan komputasi komputer untuk melakukan perhitungan pada setiap elemen yang ada dalam domainnya. Hal ini melibatkan penggunaan persamaan atur yang sesuai (D. Anderson, 1995).

Persamaan kontinuitas (1) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (1)$$

Persamaan *Navier-Stokes* arah radial, tangensial, aksial dengan menggunakan persamaan (2a), (2b) dan (2c) :

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial v_\theta}{\partial t} \right) = \rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} - \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \quad (2a)$$

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial t} \right) = \rho g_r - \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} - \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] \quad (2b)$$

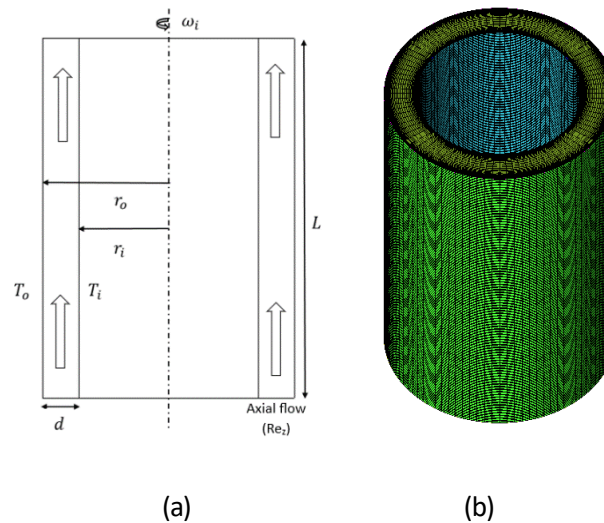
$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial t} \right) = \rho g_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \quad (2c)$$

Persamaan Energi (3) :

$$\rho c_p \left(a \frac{\partial T}{\partial r} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} v_z + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{1}{r^2} s \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] + \mu \Phi \quad (3)$$

Bentuk geometris dan dimensi silinder konsentris pada Gambar 1 dengan parameter geometri rasio jari-jari 0,716 dan rasio aspek 10. Jaring komputasi (*mesh*)

mencakup *hexahedral* dalam arah aksial dan tangensial dan dalam arah radial untuk total 1.850.080 elemen.



Gambar 1. Skematik geometri model penelitian pada Gambar (a) dan *mesh hexahedral* domain komputasi pada Gambar (b)

Pada penelitian ini menggunakan temperatur pada silinder dalam (T_i) yaitu sebesar $50\text{ }^\circ\text{C}$ dan temperatur silinder luar (T_o) adalah $90\text{ }^\circ\text{C}$. Bilangan *Reynold* melingkar didefinisikan $Re_\omega = \omega_i r_i d / \nu$, ω_i adalah kecepatan sudut silinder bagian dalam, dan ν adalah viskositas kinematik. Variasi putaran silinder dari 80 sampai dengan 280 RPM. menghasilkan bilangan *Reynold* melingkar antara 2596 sampai dengan 9087, kemudian Aliran aksial $Re_z = 5.12$. Fluida kerja yang digunakan pada penelitian ini adalah air dengan densitas $964,34\text{ kg/m}^3$, viskositas dinamik (μ) $0,00311\text{ N.s/m}^2$, Konduktifitas termal (k) $0,672\text{ W/m.K}$, kalor jenis (c_p) 4206 J/kg.K . Model turbulensi yang diterapkan adalah $k-\omega$, model turbulensi seperti ini sering digunakan untuk aliran yang memiliki gradien tekanan yang rendah di lapisan batasnya, dan memungkinkan untuk dengan cepat dan akurat memprediksi pemisahan aliran (Wilcox, 1993). Persamaan-persamaan diuraikan dengan menggunakan metode volume hingga, di mana skema beda tengah digunakan untuk suku difusi, dan skema orde dua digunakan untuk suku konveksi. Untuk menyelesaikan persamaan kontinuitas, *Navier-Stokes*, dan energi, digunakan metode SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations).

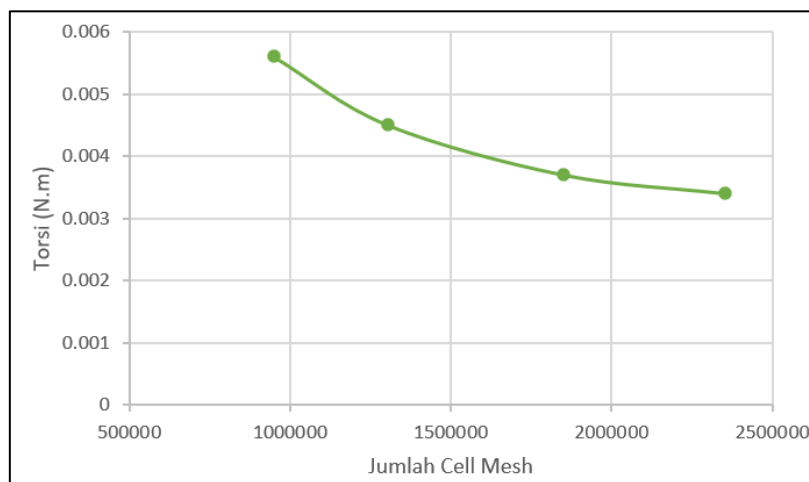
Hasil dan Pembahasan

Mesh indenpency test

Mesh indenpency test atau Tes kemandirian mesh dilakukan untuk memastikan bahwa hasil simulasi tidak lagi bergantung pada jumlah mesh dan memiliki hasil yang konsisten (Seeni et al., 2019). Dalam simulasi kali ini, dilakukan 4 variasi jumlah mesh dengan pemeshingan pada arah radial, tangensial, dan aksial yang disajikan pada Tabel 1. Simulasi dilakukan dengan kecepatan putaran silinder sebesar 160 rpm atau dengan bilangan Reynolds $Re_{\omega} = 5192.76$. Pada gambar 2. menunjukkan bahwa nilai torsi cenderung tidak berubah secara singifikan diatas antara mesh c dan d. Dengan mempertimbangkan waktu kalkulasi, konsistensi hasil, dan resolusi visualisasi yang baik, maka jumlah sel yang dipilih untuk simulasi penelitian ini adalah Mesh C dengan jumlah mesh 1.850.080.

Tabel 1. Variasi jumlah *sel mesh*

No.	Mesh	Ukuran Mesh	Jumlah Mesh
1.	Mesh A	32x136x220	949.280
2.	Mesh B	34x160x240	1.304.000
3.	Mesh C	36x176x260	1.850.080
4.	Mesh D	38x200x280	2.352.000

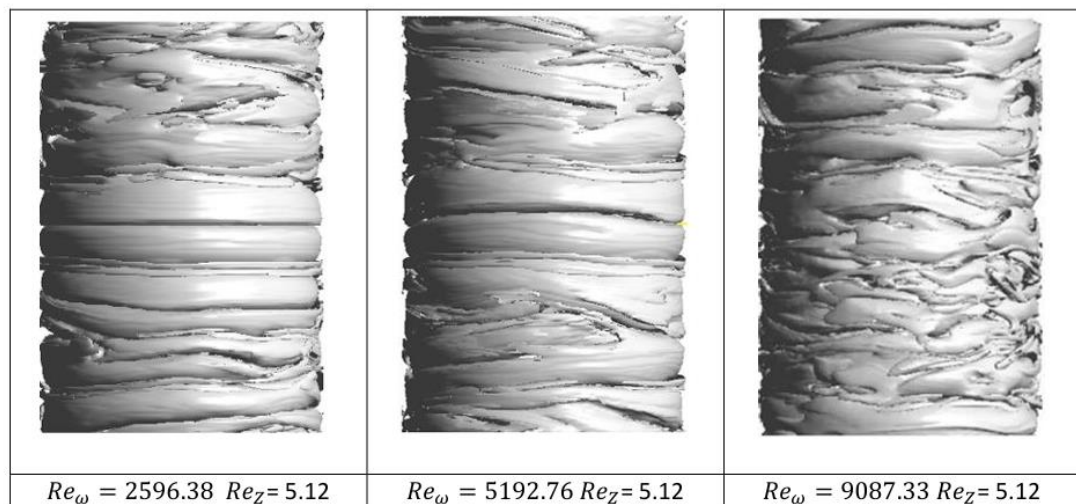


Gambar 2. Torsi terhadap jumlah cell mesh

Visualisasi *vortex core region*

Hasil Simulasi yang di tampilkan pada Gambar 3 berupa visualisasi *vortex core region* pada celah annulus. $Re_{\omega} = 2596$ sampai dengan $Re_{\omega} = 9087.33$ dan $Re_z = 5.12$ menghasilkan Aliran *vortex turbulent*. Dalam aliran ini, fluida viskos terjebak di antara dua silinder konsentris, di mana silinder bagian dalam berputar dan silinder bagian luar diam. Selain putaran silinder bagian dalam, terdapat aliran aksial fluida di sepanjang

sumbu silinder. Aliran turbulen dalam aliran *Taylor-Couette* dengan aliran aksial dicirikan oleh struktur vortex yang kompleks dan tidak beraturan. *Vortex* ini terbentuk akibat interaksi antara gaya geser yang dihasilkan oleh rotasi silinder bagian dalam dan gaya inersia fluida. Semakin tinggi putaran silinder dalam, semakin banyak energi yang dimasukkan ke dalam sistem. Hal ini menyebabkan vortex menjadi lebih kecil, lebih banyak, dan Interaksi antara vortex menjadi lebih intens, menghasilkan aliran yang lebih kompleks. (Altmeyer & Do, 2019)(Nicoli et al., 2022)(Ilin & Morgulis, 2020)(Mehrez et al., 2019)

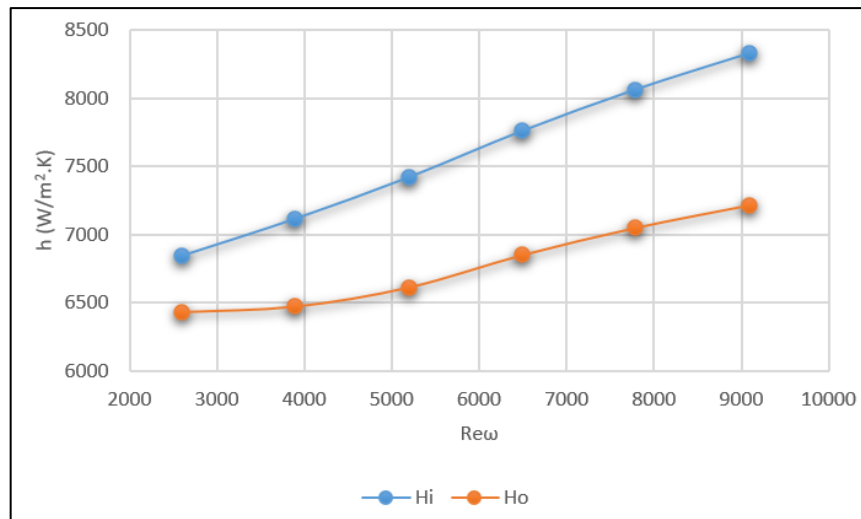


Gambar 3. Visualisasi *vortex core region* pada celah annulus

Koefisien perpindahan kalor rata-rata

Hasil perhitungan merupakan hasil komputasi untuk menghitung koefisien perpindahan kalor rata-rata silinder luar (h_i) dan koefisien perpindahan kalor rata-rata silinder luar (h_o) dalam yang disajikan pada gambar 4 grafik hubungan bilangan *Reynolds* melingkar dengan koefisien perpindahan kalor rata-rata untuk silinder luar dan dalam. Energi dalam bentuk kalor bisa berpindah melalui medium atau bahkan tanpa medium tertentu. Oleh karena itu, medium yang menjadi jalur perpindahan kalor sangat memengaruhi tingkat koefisien perpindahan kalornya. Konveksi merupakan suatu proses yang melibatkan perpindahan energi dengan campuran dari konduksi panas, penyimpanan energi, dan pergerakan massa fluida. Konveksi memegang peranan penting dalam menggantikan energi antara permukaan benda padat dan fluida. Ketika terdapat perbedaan temperatur di antara dua dinding silinder, perpindahan energi melalui konveksi akan terjadi dalam ruang antara dinding tersebut, yang disebut sebagai celah annulus (Yunus & Cengel, 2004)(Adrian, 2013).

Pada $Re\omega = 2596.38$ sampai dengan $Re\omega = 3894.57$ perbedaan nilai koefisien perpindahan kalor rata-rata silinder dalam dan silinder dalam tidak terlalu signifikan. Ketika $Re\omega = 5192.76$ sampai dengan $Re\omega = 9087.33$ perbedaan nilai koefisien perpindahan kalor rata-rata silinder dalam dan silinder dalam terlihat cukup signifikan seperti dilihat pada gambar 4. Semakin tinggi kecepatan putaran silinder dalam, semakin besar energi yang dimasukkan ke dalam sistem dan semakin kuat turbulensi sehingga meningkatkan pencampuran fluida dan perpindahan kalor (Abou-Ziyan et al., 2021) (D. Liu et al., 2024). Koefisien perpindahan kalor pada kondisi konveksi di sekitar silinder dalam lebih tinggi dibandingkan dengan kondisi sedangkan untuk silinder luar kondisi diam dengan *no slip condition*.

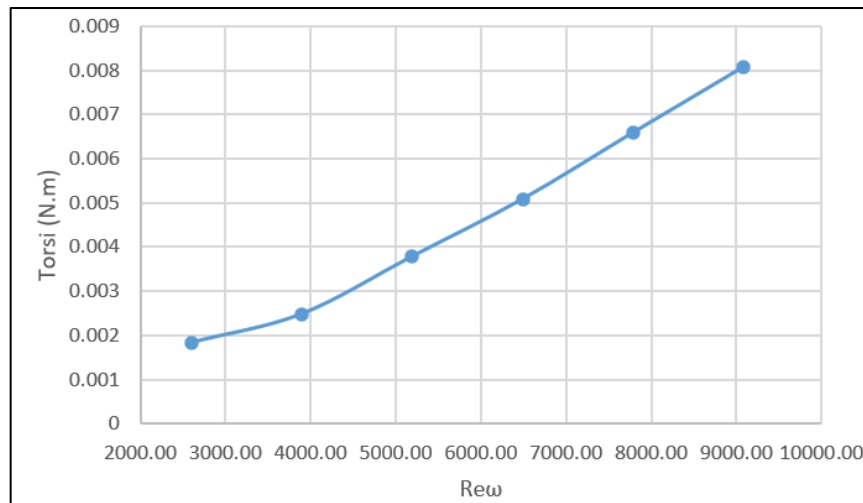


Gambar 4. Koefisien perpindahan kalor rata-rata silinder dalam dan Koefisien perpindahan kalor rata-rata pada silinder luar

Torsi

Grafik hubungan antara torsi dengan variasi *Reynold* melingkar seperti terlihat pada Gambar 5. Ketika aliran transisi mulai terbentuk dan ditandai dengan munculnya *vortex*, torsi akan meningkat secara signifikan dan tidak lagi linear dengan bertambahnya nilai bilangan *Reynolds* melingkar. Hal ini terjadi karena transfer energi dari *base flow* (*laminar*) ke *secondary flow* (*vortex*), dengan besarnya transfer energi sebanding dengan energi dissipasi pada *secondary flow*. Aliran aksial juga dapat menstabilkan aliran dan menunda transisi ke aliran turbulen, tetapi pengaruh rotasi silinder yang meningkat terhadap aliran aksial karena besarnya aliran aksial tidak cukup untuk mendominasi sirkulasi *vortex*. Peningkatan torsi ini disebabkan oleh pengaruh putaran silinder pada daerah aliran, dan torsi gesekan meningkat karena adanya sel-sel *vortex* dalam aliran

turbulen. Selain itu, celah annulus juga mempengaruhi energi gesekan karena faktor gesekan yang lebih besar (Martínez-Arias & Peixinho, 2017) (Assagaf et al., 2021).



Gambar 5. Grafik hubungan antara torsi dengan variasi *Reynold* melingkar

Simpulan dan Saran

Kesimpulan

Kesimpulan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Peningkatan kecepatan rotasi silinder dalam semakin tinggi maka, semakin banyak energi yang dimasukkan ke dalam sistem. Hal ini menyebabkan vortex menjadi lebih kecil, lebih banyak, dan Interaksi antara vortex menjadi lebih intens, menghasilkan aliran yang lebih kompleks
2. Pada $Re\omega = 5192.76$ sampai dengan $Re\omega = 9087.33$ perbedaan nilai koefisien perpindahan kalor rata-rata antara silinder dalam dan silinder luar terlihat cukup signifikan. Semakin tinggi kecepatan putaran silinder dalam, semakin besar energi yang ditambahkan ke dalam sistem, yang memperkuat turbulensi sehingga meningkatkan pencampuran fluida dan perpindahan kalor.
3. Peningkatan torsi ini disebabkan oleh pengaruh putaran silinder dalam pada daerah aliran, dan torsi gesekan meningkat karena adanya sel-sel vortex dalam aliran turbulen. Selain itu, celah annulus juga mempengaruhi energi gesekan karena faktor gesekan yang lebih besar

Saran

1. Pada penelitian selanjutnya untuk memvariasikan laju aliran aksial dan suhu temperatur silinder dalam dan temperatur silinder luar

Daftar Pustaka

- Abou-Ziyan, H., Ameen, R., & Elsayed, K. (2021). Fluid flow and convection heat transfer in concentric and eccentric cylindrical annuli of different radii ratios for Taylor-Couette-Poiseuille flow. *Advances in Mechanical Engineering*, 13(8), 1–22. <https://doi.org/10.1177/16878140211040731>
- Adrian, B. (2013). *CONVECTION HEAT Other books by Adrian Bejan* :
- Altmeyer, S., & Do, Y. (2019). Effects of an imposed axial flow on a Ferrofluidic Taylor-Couette flow. *Scientific Reports*, 9(1), 1–20. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-51935-x>
- Assagaf, I. P. A. (2019). *Flow and Torque Characteristic Taylor-Couette Flow With Heat*. 10(07), 197–207.
- Assagaf, I. P. A., Studi, P., Manufaktur, T., Agro, I., & Makassar, P. A. T. I. (2021). *STUDI NUMERIK ALIRAN DAN TORSI PADA ALIRAN TAYLOR VORTEX TURBULENT DENGAN PERPINDAHAN KALOR*. 0–4.
- Chen, S. J., Chang, Y., Liang, C. S., Lin, J. P., & Lu, Y. W. (2022). Platelet concentrates preparation using a rotating membrane with Taylor vortices and axial flow. *Separation and Purification Technology*, 297(May), 121446. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2022.121446>
- D. Anderson, J. (1995). Computational fluid dynamics, second edition. In *Computational Fluid Dynamics: The basics with Applications*.
- Dumont, E., Fayolle, F., Sobolík, V., & Legrand, J. (2001). Wall shear rate in the Taylor-Couette-Poiseuille flow at low axial Reynolds number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(3), 679–689. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(01\)00183-1](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00183-1)
- Hosain, M. L., Bel Fdhila, R., & Rönnerberg, K. (2017). Taylor-Couette flow and transient heat transfer inside the annulus air-gap of rotating electrical machines. *Applied Energy*, 207, 624–633. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.07.011>
- Ilin, K., & Morgulis, A. (2020). On the stability of the Couette–Taylor flow between rotating porous cylinders with radial flow. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 80(November), 174–186. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2019.11.004>
- Lancial, N., Torriano, F., Beaubert, F., Harmand, S., & Rolland, G. (2017). Taylor-Couette-Poiseuille flow and heat transfer in an annular channel with a slotted rotor. *International Journal of Thermal Sciences*, 112, 92–103. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2016.09.022>
- Liu, D., Song, Y. Z., Sun, S. L., Yang, S., Ahmed, B., & Muhammad, T. (2024). Heat transfer performance and entropy generation analysis of Taylor–Couette flow with helical slit wall. *Case Studies in Thermal Engineering*, 53(December 2023), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2023.103852>
- Liu, Y. Q., & Zhu, K. Q. (2010). Axial Couette-Poiseuille flow of Bingham fluids through concentric annuli. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(21–22), 1494–1504. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2010.07.013>

- Martínez-Arias, B., & Peixinho, J. (2017). Torque in Taylor–Couette flow of viscoelastic polymer solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 247, 221–228. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2017.07.005>
- Masuda, H., Iyota, H., & Ohmura, N. (2023). Numerical Simulation during Development of Taylor-Couette Flow with Shear-thinning Fluids. *Chemical Engineering Transactions*, 100(April), 307–312. <https://doi.org/10.3303/CET23100052>
- Mehrez, I., Gheith, R., Aloui, F., & Ben Nasrallah, S. (2019). Theoretical and numerical study of Couette-Taylor flow with an axial flow using lattice Boltzmann method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 90(9), 427–441. <https://doi.org/10.1002/flid.4727>
- Mulligan, S., De Cesare, G., Casserly, J., & Sherlock, R. (2018). Understanding turbulent free-surface vortex flows using a Taylor-Couette flow analogy. *Scientific Reports*, 8(1), 1–14. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-16950-w>
- Nicoli, A., Johnson, K., & Jefferson-Loveday, R. (2022). Computational modelling of turbulent Taylor–Couette flow for bearing chamber applications: A comparison of unsteady Reynolds-averaged Navier–Stokes models. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 236(5), 985–1005. <https://doi.org/10.1177/09576509221075516>
- Poncet, S., Haddadi, S., & Viazzo, S. (2011). Numerical modeling of fluid flow and heat transfer in a narrow Taylor-Couette-Poiseuille system. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 32(1), 128–144. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.08.003>
- Qin, K., Li, D., Huang, C., Sun, Y., Wang, J., & Luo, K. (2020). Numerical investigation on heat transfer characteristics of Taylor Couette flows operating with CO₂. *Applied Thermal Engineering*, 165(April 2019), 114570. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114570>
- Seeni, A., Rajendran, P., & Mamat, H. (2019). A CFD mesh independent solution technique for low reynolds number propeller. *CFD Letters*, 11(10), 15–30.
- Sun, S. L., Liu, D., Wang, Y. Z., Qi, Y. L., & Kim, H. B. (2023). Convective heat transfer and entropy generation evaluation in the Taylor–Couette flow under the magnetic field. *International Journal of Mechanical Sciences*, 252(February), 108373. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108373>
- Swann, P. B., Russell, H., & Jahn, I. H. (2021). Taylor-couette-poiseuille flow heat transfer in a high taylor number test rig. *Journal of the Global Power and Propulsion Society*, 5, 126–147. <https://doi.org/10.33737/jgpps/140252>
- Wilcox, D. C. (1993). Turbulence Modelling for CFD 3rd Edition. In *Turbulence Modeling for CFD*. <http://www.dcwindustries.com>
- Yunus, & Cengel, A. (2004). Heat Transference a Practical Approach. *MacGraw-Hill*, 4(9), 874.