

## KINERJA GRAFIK X-BAR MENGGUNAKAN VARIABEL PARAMETER DAN *DOUBLE SAMPLING* DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV

Wardatus Syarifah<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut Dirosat Islamiyah Al-Amien, Prenduan, Sumenep

<sup>1</sup>syarifah13.ws@gmail.com

### Abstrak

Grafik pengendali X-bar adalah salah satu cara yang digunakan untuk menyelesaikan masalah atau mendeteksi penyebab khusus yang mungkin terjadi dalam proses produksi. Ketika menggunakan grafik X-bar, terdapat situasi dimana rata-rata proses dapat menyimpang. Jika rata-rata proses mengalami penyimpangan, maka dibutuhkan pendekatan kompleks yang melibatkan rantai Markov untuk mengevaluasi sifat-sifat grafik X-bar. Penelitian ini dikembangkan untuk mengetahui kinerja grafik X-bar menggunakan Variabel Parameter dan *Double Sampling*, kemudian membandingkan grafik X-bar ketika menggunakan Variabel Parameter dan ketika menggunakan *Double Sampling*. Metode penelitian yang digunakan adalah kuantitatif dan pendekatan yang dipakai yaitu rantai Markov waktu diskrit. Tahapan yang dilakukan yaitu menentukan state pada Variabel Parameter dan *Double Sampling*, membuat matriks transisi Variabel Parameter dan *Double Sampling*, menentukan *Average Time of Cycle* dan *Average Time to Signal*, uji perbandingan, kesimpulan, dan saran. Dari hasil uji perbandingan didapatkan ketika menggunakan Variabel Parameter nilai ATS akan semakin kecil jika ukuran sampel juga semakin kecil, sedangkan ketika menggunakan *Double Sampling* nilai ATS akan semakin kecil kecil jika ukuran sampel semakin besar.

**Kata Kunci:** double sampling; grafik X-bar; rantai markov; variabel parameter.

### Abstract

X-bar control chart is one way used to fix or detect the specific causes that might occurred in production process. When using X-bar chart, there are situation where the average process could diverge. If the average process is diverged so it need complex approach used Markov chain evaluated the X-bar chart. This research improved to know the performance of X-bar chart used Variable Parameter and Double Sampling. Then it compared it when used Variable Parameter and used Double Sampling. The research used quantitative research with Markov chain approach. Research stages in this research was determined the state on Variables Parameter and Double Sampling, made a transition matrix on Variable Parameter and Double Sampling, determined Average Time of Cycle and Average Time to Signal, comparison test, conclusions and suggestions. From the comparison result showed that ATS marks on Variable Parameter is smaller when used small sample size, thus on Double Sampling, ATS marks is smaller when used large sample size.

**Keywords:** double sampling; X-bar graph; markov chain; variable parameter.

## Pendahuluan

Setiap perusahaan dalam proses produksi memerlukan interaksi terus menerus antara bagian yang satu dengan bagian yang lain. Terkadang dalam proses produksi terjadi variabilitas atau gangguan dasar yang biasanya timbul dari tiga sumber yaitu cacat bahan baku, kerusakan mesin dan kesalahan operator. Penyelesaian masalah untuk cacat bahan baku yaitu dengan pengecekan bahan dasar sebelum diproduksi lalu dipisah antara yang baik dan cacat. Penyelesaian masalah untuk kerusakan mesin yaitu dengan pengecekan rutin dan jika ada mesin yang rusak segera diperbaiki. Penyelesaian masalah untuk kesalahan operator yaitu dengan mengadakan latihan dasar untuk pemula. Jika ketiga sumber ini dapat dijalankan dengan baik maka dapat menghasilkan produk yang berkualitas dan berkuantitas yang dapat diterima oleh konsumen. Produk yang bermutu tinggi perlu pengawasan disetiap proses produksinya. Namun untuk menguji kualitasnya dapat merusak produk dan dapat menyebabkan kerugian pada perusahaan. Maka dari itu, diperlukan adanya suatu cara untuk menyelesaikan masalah tersebut. Salah satunya yaitu grafik pengendali yang digunakan untuk mendeteksi penyebab yang mungkin terjadi dalam proses produksi.

Grafik pengendali yang diperkenalkan oleh Shewhart digunakan untuk mendeteksi perubahan atau pergeseran dalam proses produksi (Flott, 2013). Biasanya ketika menggunakan grafik pengendali, sampel diambil secara berskala dan koefisien batas kendali konstan. Seiring berkembangnya zaman, grafik pengendali telah banyak mengalami pengembangan dengan tujuan untuk meningkatkan kinerja dari grafik pengendali itu sendiri. Salah satu peneliti yang mengembangkan grafik pengendali yaitu Daudin dan Costa. Daudin mengembangkan grafik pengendali menggunakan *Double Sampling* sedangkan Costa adalah seorang peneliti yang mengusulkan grafik pengendali menggunakan Variabel Parameter (Claro et al., 2008).

Ketika menggunakan grafik pengendali X-bar, rata-rata proses dapat bergeser. Rata-rata proses ini dapat bergeser bahkan tanpa adanya penyebab tertentu. Ketika rata-rata proses mengalami pergeseran, berdasarkan pada model Autoregresif orde pertama (AR (1)), pendekatan kompleks yang melibatkan rantai Markov digunakan untuk mengevaluasi sifat-sifat grafik X-bar (Adhikari & Agrawal, 2013). Maka dari itu penelitian ini dikembangkan untuk mengetahui kinerja grafik X-bar menggunakan Variabel Parameter dan *Double Sampling* dengan pendekatan rantai Markov, kemudian membandingkan grafik X-bar ketika menggunakan Variabel Parameter dan ketika menggunakan *Double Sampling*.

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini antara lain sebagai referensi dan informasi tentang sifat-sifat grafik X-bar ketika menggunakan Variabel Parameter dan *Double*

*Sampling*, serta memberikan pengetahuan bagi penulis dan pembaca mengenai perbandingan kerja grafik X-bar menggunakan Variabel Parameter dan *Double Sampling* melalui pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit.

### 1. Model Time Series

Korelasi pada sebuah proses dapat menggunakan *time series models*. Tipe model ini bisa memberikan sebuah model baru untuk mencari statistik kontrol ketika melakukan pengamatan pada proses autokorelasi. Proses *Autoregressive* orde pertama dinotasikan AR(1), dan model karakteristik kualitas pada waktu ke-  $t$  didefinisikan oleh (Adhikari & Agrawal, 2013):

$$X_t = \mu + \phi(X_t - \mu) + a_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

dengan,

$\phi$  : Parameter *autoregressive*

$\mu$  : Rata-rata proses

$a_t$  : Rangkaian independen variabel random dengan rata-rata 0 dan varians  $\sigma_a^2$

### 2. Rantai Markov Waktu Diskrit

Sebuah rantai Markov ( rantai Markov waktu diskrit atau DTMC), ditemukan oleh Andrey Markov, merupakan sistem matematika yang mengalami transisi dari satu *state* ke *state* lain pada *state space* (Tolver, 2019). Rantai Markov adalah proses acak yang biasanya ditandai sebagai *memoryless* yaitu *state* berikutnya tergantung hanya pada keadaan saat ini dan bukan pada urutan peristiwa yang mendahuluinya atau dapat dikatakan proses stokastik Markov adalah suatu proses stokastik dimana kelakuan atau perilaku yang akan datang (besok) dari sistem hanya bergantung pada keadaan sekarang dan tidak bergantung pada keadaan yang lalu, atau dapat dikatakan hanya bergantung pada keadaan satu langkah ke belakang.

Proses stokastik  $\{X_t, t > 0\}$  pada state space  $S$  dinamakan Rantai Markov Waktu Diskrit jika untuk semua  $i$  dan  $j$  pada  $S$  (Anifa et al., 2012).

$$P(X_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1}, \dots, X_0) = P(X_{t+1} = j | X_t = i)$$

Rantai Markov waktu diskrit dikatakan homogen jika untuk semua  $t = 0, 1, \dots$

$$P(X_{t+1} = j | X_t = i) = P(X_1 = j | X_0 = i)$$

Rantai Markov waktu diskrit dengan state space terbatas  $S = \{1, 2, \dots, N\}$  memiliki probabilitas transisi yaitu:

$$p_{ij} = P(X_{t+1} = j | X_t = i), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

dengan,

$X_{t+1}$  : Kondisi kedepan

$X_t$  : Kondisi sekarang

sehingga dari probabilitas diata diperoleh matriks transisi dengan orde  $N \times N$  adalah:

$$Q = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & \cdots & p_{1,N} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & \cdots & p_{2,N} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & \cdots & p_{3,N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & p_{N,3} & \cdots & p_{N,N} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 3. Grafik Pengendali X-bar

Grafik pengendali adalah teknik pengendali proses yang digunakan secara luas untuk mengetahui terjadinya pergeseran proses sedemikian hingga penyelidikan terhadap proses serta tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tak sesuai diproduksi (Rachman, 2013).

Tujuan dari penggunaan grafik pengendali yaitu mengurangi variabilitas atau gangguan dasar pada proses produksi sebanyak mungkin. Anggapan standar yang biasanya dibuat dalam mendukung penggunaan grafik pengendali adalah data yang prosesnya terkendali independen dan berdistribusi normal dengan rata-rata  $\mu$  dan standar deviasi  $\sigma$ . Nilai  $\mu$  dan  $\sigma$  dianggap tetap dan tidak diketahui. Keadaan tak terkendali adalah perubahan nilai  $\mu$  atau  $\sigma$  atau bahkan keduanya ke suatu nilai yang berbeda.

Maka dari itu dapat dikatakan bahwa karakteristik kualitas  $X$  pada waktu  $t$  dapat dilihat pada Persamaan (1). Apabila kondisi ini terpenuhi maka dapat menggunakan grafik pengendali biasa. Yang terpenting yaitu independen observasi-observasinya karena grafik pengendali biasa tidak bekerja baik jika karakteristik kualitasnya menunjukkan korelasi terhadap waktu.

### Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode penelitian kuantitatif. Pendekatan yang dipakai dengan menggunakan Rantai Markov Waktu Diskrit. Ukuran sampel yang digunakan yaitu  $n_i$  dengan  $i = 1, 2$ . Interval pengambilan sampel yang digunakan yaitu  $h_i$  dengan  $i = 1, 2$  untuk Variabel Parameter dan  $h$  untuk Double Sampling. Data yang digunakan yaitu diameter dalam cincin piston.

Penelitian ini akan membandingkan kerja dari grafik pengendali X-bar menggunakan Variabel Parameter dengan Double Sampling melalui pendekatan rantai Markov waktu diskrit. Langkah pertama yaitu menguraikan kerja dari grafik X-bar menggunakan Variabel Parameter melalui pendekatan rantai Markov. Selanjutnya menentukan *state*. Pada tahap ini, posisi jatuhnya titik sampel dan status proses dalam keadaan *in-control* atau *out-of-control* dibutuhkan untuk menentukan state. Setelah membuat *state space*, maka dibuat probabilitas transisi untuk masing-masing keadaan. Setelah didapat probabilitas transisinya, maka dibentuk matriks transisinya.

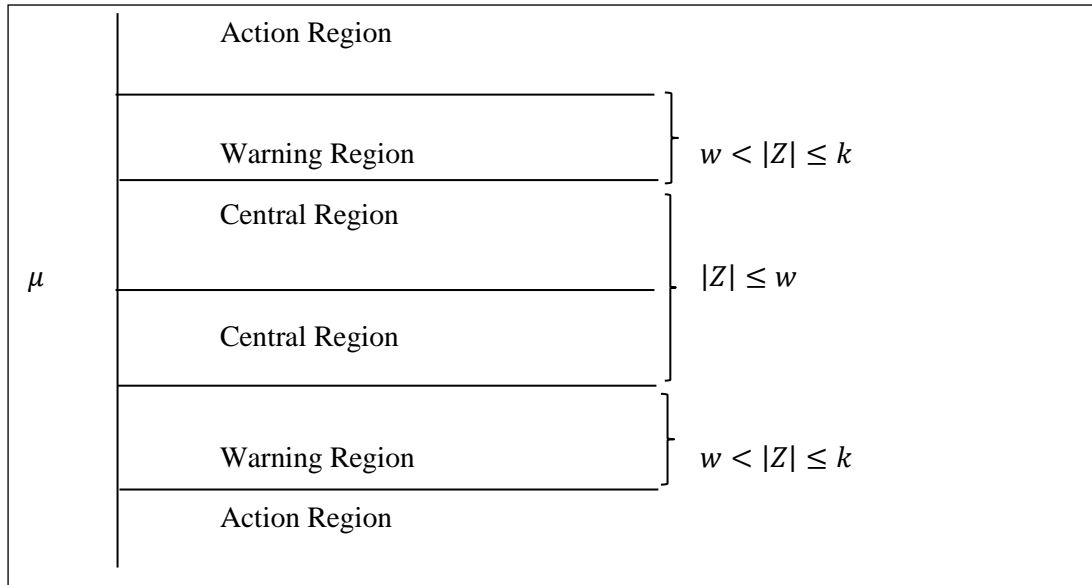
Matriks probabilitas yang telah dibentuk digunakan untuk menghitung rata-rata waktu siklus. Rata-rata waktu siklus dapat digunakan untuk menghitung rata-rata waktu dari bergesernya rata-rata proses sampai grafik mengeluarkan sinyal. Dari matriks transisi juga dapat digunakan untuk menghitung ATS dikarenakan proses mengalami pergeseran.

Pada *Double Sampling*, langkah pertama sama halnya dengan Variabel Parameter yaitu menguraikan kerja dari grafik pengendali  $\bar{X}$ -bar. Kemudian menentukan *state* yang membutuhkan posisi jatuhnya titik sampel dan status berada dalam keadaan *in-control* atau *out-of-control*. Setelah dibuat *state space* maka dibuat probabilitas transisi untuk masing-masing keadaan. Setelah didapat probabilitasnya, maka dibentuk matriks transisinya. Selanjutnya menghitung ATS menggunakan matriks transisi dimana rata-rata proses mengalami pergeseran. Kemudian akan dilakukan uji perbandingan grafik  $\bar{X}$ -bar ketika menggunakan Variabel Parameter dan ketika menggunakan *Double Sampling*. Analisis dilakukan dengan menggunakan data dari diameter dalam cincin piston dengan berbagai ukuran sampel menggunakan *software* Minitab dan Matlab.

### Hasil dan Pembahasan

Grafik  $\bar{X}$ -bar menggunakan Variabel Parameter ketika interval pengambilan sampel adalah variabel atau tidak tetap. Ketika menggunakan Variabel Parameter, kecepatan pergeseran dihitung menggunakan *Average time to signal* (ATS). ATS adalah rata-rata waktu ketika bergeser sampai grafik  $\bar{X}$ -bar mengeluarkan sinyal. *Average Time of the Cycle* (ATC) adalah rata-rata waktu dari awal produksi sampai terdapat sinyal pertama setelah proses bergeser (Li et al., 2014).

*Memoryless* dari distribusi eksponensial memungkinkan untuk menghitung *Average Time of the Cycle* (ATC) menggunakan pendekatan rantai Markov. Jika rata-rata proses  $\mu$  bergeser, berdasarkan model AR(1), nilai pada setiap titik sampling dibutuhkan untuk menentukan state dari rantai Markov. Status proses (*in-control* atau *out-of-control*) ketika sampel ke- $i$  diambil dan posisi titik sampel ke- $i$  pada grafik  $\bar{X}$ -bar menentukan *statenya* (Rachman, 2013).



Gambar 1. State pada grafik pengendali

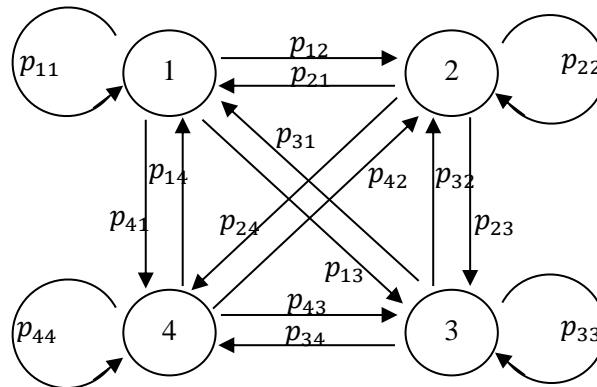
Adapun rincian keempat *statenya* yaitu:

1. *State 1* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $|Z| \leq w$  dan proses berada dalam keadaan *in-control*
2. *State 2* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $w < |Z| \leq k$  dan proses berada dalam keadaan *in-control*
3. *State 3* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $|Z| \leq w$  dan proses berada dalam keadaan *out-of-control*
4. *State 4* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $w < |Z| \leq k$  dan proses berada dalam keadaan *out-of-control*

dengan  $Z$  merupakan distribusi normal dengan mean  $(\mu + \delta\sigma_x)/\sigma_{\bar{x}}$  dan varians  $\sigma_e\sigma_{\bar{x}}^{-1}/\sqrt{n}$ .

Pada Gambar 1, *state* pertama yaitu jika proses berada pada keadaan terkontrol ketika titik sampel ke- $i$  diambil dan posisi titik sampel ke- $i$  berada di daerah central pada grafik X-bar. *State* kedua yaitu jika proses berada pada keadaan terkontrol ketika sampel ke- $i$  diambil dan titik sampel ke- $i$  berada di daerah *warning* pada grafik X-bar. *State* ketiga yaitu jika proses berada pada keadaan *out-of-control* dan titik sampel ke- $i$  berada di daerah central pada grafik X-bar. *State* keempat yaitu jika proses berada pada keadaan *out-of control* ketika titik sampel ke- $i$  diambil dan titik sampel ke- $i$  berada di daerah *warning* pada grafik X-bar.

Setelah menentukan *state space*, maka langkah selanjutnya yaitu menentukan probabilitas transisinya dengan nilai  $\mu$ ,  $w$  dan  $k$  yang telah ditentukan. Berdasarkan Persamaan (3) didapatkan diagram transisi Variabel Parameter yaitu:



Gambar 2. Diagram Transisi Variabel Parameter

Dan matriks transisi Q yaitu:

$$Q = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} \\ 0 & 0 & p_{43} & p_{44} \end{bmatrix}$$

Sistem linear secara umum lebih baik ketika menggunakan bentuk matriks. Misalkan  $U$  adalah matrik  $T \times C$ ,  $U = (u_{i,j}, i \in T, j \in C)$  dengan  $T$  adalah *transient* dan  $C$  adalah *recurrent*,  $Q$  adalah bagian dari matrik transisi dan  $R$  memuat semua transisi  $T$  dan  $C$ . Maka (Niaki et al., 2013):

$$\begin{aligned} U = T \times C &\stackrel{def}{\Leftrightarrow} U = QU + R \\ &\Leftrightarrow R = U - QU \\ &\Leftrightarrow R = (I - Q)U \\ &\Leftrightarrow (I - Q)^{-1}R = (I - Q)^{-1}(I - Q)U \\ &\Leftrightarrow (I - Q)^{-1}R = IU \\ &\Leftrightarrow U = (I - Q)^{-1}R \end{aligned} \quad (4)$$

Kemudian menghitung ATC menggunakan Persamaan (2) (Sukparungsee, 2018):

$$ATC = b(I - Q)^{-1}h$$

dengan,

$U$  : Perkalian matriks transient dan recurrent

$T$  : Transient

$C$  : Recurrent

$R$  : Semua transisi dari matriks transient ke recurrent

$I$  : Matriks identitas orde  $4 \times 4$

$b$  : Probabilitas awal orde  $1 \times 4$

$Q$  : Matriks transisi

$h$ : Matriks dari interval sampling  $4 \times 1$

Menghitung ATS hanya menggunakan state pertama dan kedua yaitu ketika proses berada pada keadaan *in-control*. Maka didapat matriks:

$$S = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

Berdasarkan sifat dasar rantai Markov pada Persamaan (4) diperoleh (Teoh & Khoo, 2012):

$$ATS = b(I - S)^{-1}h$$

dengan,

$S$  : Matriks transisi orde 2x2

$I$  : Matriks identitas orde 2x2

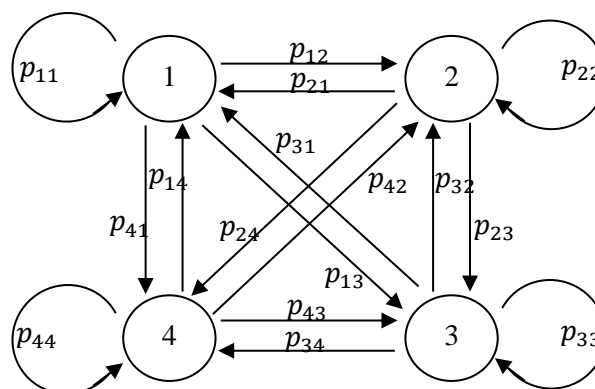
$h$  : Matriks dari interval sampling orde 2x1

$b$ : Matriks probabilitas awal orde 1x2

Pada *Double Sampling*, sama halnya dengan Variabel Parameter yaitu mencari *state space* terlebih dahulu hingga didapat empat *state* yaitu:

1. *State 1* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $|Z| \leq w$  dan proses berada dalam keadaan *in-control*
2. *State 2* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $w < |Z| \leq k$  dan proses berada dalam keadaan *in-control*
3. *State 3* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $|Z| \leq w$  dan proses berada dalam keadaan *out-of-control*
4. *State 4* jika sampel ke- $i$  berada di interval  $w < |Z| \leq k$  dan proses berada dalam keadaan *out-of-control*.

Probabilitas dan matriks  $Q$  pada *Double Sampling* berdasarkan Persamaan (3), didapatkan diagram transisi yaitu:



Gambar 3. Diagram Transisi *Double Sampling*

Dan matriks transisi  $Q$  yaitu:

$$Q = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12}p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22}p_{23} & p_{24} \\ 0 & 0p_{33} & p_{34} \\ 0 & 0p_{43} & p_{44} \end{bmatrix}$$



Ketika rata-rata proses  $\mu$  bergeser, berdasarkan model AR(1) diberikan oleh(Scouse, 2013):

$$P(\mu) = \Phi[A(w)] - \Phi[A(-w)] + \int_{A(-k)}^{A(-w)} B(z)\varphi(z)dz + \int_{A(w)}^{A(k)} B(z)\varphi(z)dz$$

dengan,

$$A(i) = \frac{i\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1} \quad i = -k, -w, w, k$$

$$= \frac{i\sigma_{\bar{x}_1} - \left(\mu + \frac{\mu_1 - \mu}{\sigma}\sigma\right)}{\sigma_e} \sqrt{n_1}$$

$$= \frac{i\sigma_{\bar{x}_1} - \mu_1}{\sigma_e} \sqrt{n_1}$$

$$B(z) = \Phi \left\{ \frac{[k\sigma_{\bar{x}} - (\mu + \delta\sigma)]n}{\sqrt{n_2}} - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} z \right\} - \Phi \left\{ \frac{[-k\sigma_{\bar{x}} - (\mu + \delta\sigma)]n}{\sqrt{n_2}} - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} z \right\}$$

$$= \Phi \left\{ \left[ \frac{k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\}$$

$$- \Phi \left\{ \left[ \frac{-k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\}$$

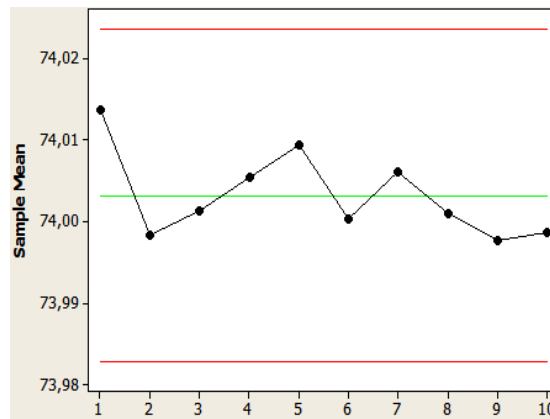
Maka persamaan menjadi:

$$\begin{aligned} P(\mu) &= \Phi[A(w)] - \Phi[A(-w)] + \int_{A(-k)}^{A(-w)} B(z)\varphi(z)dz + \int_{A(w)}^{A(k)} B(z)\varphi(z)dz \\ &= \Phi \left[ \frac{w\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1} \right] - \Phi \left[ \frac{-w\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1} \right] \\ &\quad + \int_{\frac{-k\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1}}^{\frac{-w\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1}} \Phi \left\{ \left[ \frac{k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\} \\ &\quad - \Phi \left\{ \left[ \frac{-k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\} \varphi \left( \sqrt{\frac{n_1(x - \mu)}{\sigma}} \right) dz \\ &\quad + \int_{\frac{w\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1}}^{\frac{k\sigma_{\bar{x}_1} - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma_e} \sqrt{n_1}} \Phi \left\{ \left[ \frac{k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\} \\ &\quad - \Phi \left\{ \left[ \frac{-k\sigma_{\bar{x}} n - \mu_1 n}{\sqrt{n_2}} \right] - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sqrt{\frac{n_1 x - n_1 \mu}{\sigma}} \right\} \varphi \left( \sqrt{\frac{n_1(x - \mu)}{\sigma}} \right) dz \end{aligned}$$

dengan,

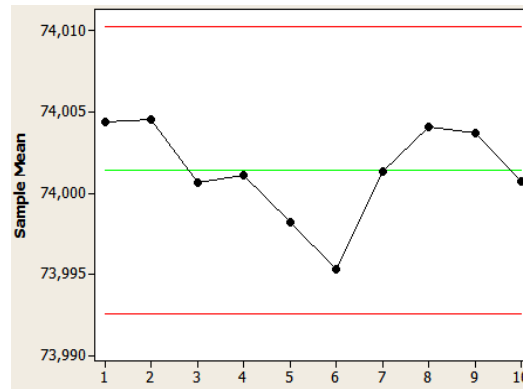
- $\Phi$  : Fungsi distribusi kumulatif pada distribusi normal
- $\varphi$  : Fungsi kepadatan peluang
- $\delta$  : Pergeseran rata-rata proses
- $n_1$  : Ukuran sampel pertama
- $n_2$  : Ukuran sampel kedua
- $n$  : Jumlah dari ukuran sampel  $n_1$  dan  $n_2$
- $k$  : Koefisien batas kontrol
- $\sigma$  : Varians
- $\mu$  : Rata-rata proses
- $\mu_1$  : Rata-rata proses setelah pengambilan sampel pertama
- $w$  : Koefisien batas warning
- $x$  : Statistik sampel

Untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi nilai ATS ketika menggunakan Variabel Parameter, maka dilakukan beberapa perhitungan dengan menggunakan perbandingan dari ukuran sampel dua hingga ukuran sampel sepuluh menggunakan data diameter dalam cincin piston berdasarkan data kemudian di plot pada grafik X-bar.



Gambar 4. Data diameter dalam cincin piston dengan ukuran sampel 3

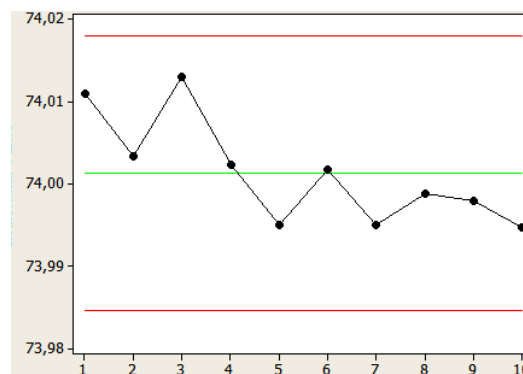
Pertama dilakukan plot data diameter dalam cincin piston sebanyak 30 dengan ukuran sampel 3 pada grafik X-bar dan hasilnya bisa dilihat pada Gambar 4. Terlihat rata-rata *sample* berada tak jauh di sekitar  $\mu$  atau berada di dekat garis hijau. Titik terjauh berada di nilai 74,014 sedangkan titik terdekat berada di nilai 74,001.



Gambar 5. Data diameter dalam cincin piston dengan ukuran sampel 9

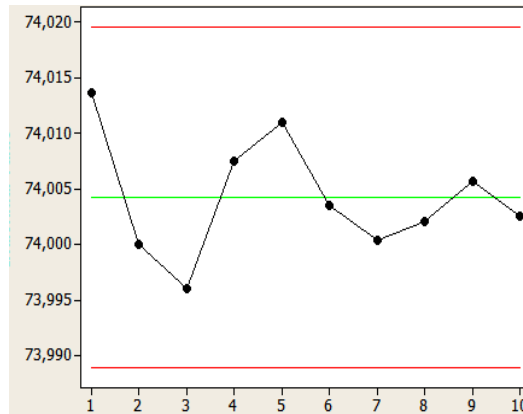
Percobaan kedua memplot data diameter dalam cincin piston sebanyak 100 dengan ukuran sampel 10 pada grafik X-bar dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 3. Terlihat ada titik *sample* yang hampir mendekati *warning region* yaitu 73,9951. Sedangkan untuk titik *sample* terdekat yaitu berada di nilai 74,0002. Begitu pula pada percobaan ketiga sampai kesembilan hingga didapatkan nilai ATS.

Sama halnya dengan Variabel Parameter, optimalnya grafik X-bar ketika menggunakan *Double Sampling* dapat dilihat dengan menghitung nilai ATS, yaitu ketika nilai ATS semakin kecil maka grafik X-bar semakin optimal, sehingga dilakukan beberapa perhitungan dengan membandingkan ukuran sampel mulai dari sampel berukuran dua hingga sampel berukuran sepuluh berdasarkan data[6]. *Double Sampling* yaitu sampel pertama dan sampel kedua berbeda. Pengujian disini mulai dari sampel pertama lebih kecil dari sampel kedua dan sampel pertama lebih besar dari sampel kedua.



Gambar 6. Data diameter dalam cincin piston dengan ukuran sampel pertama 3 dan ukuran sampel kedua 2

Data diameter dalam cincin piston sebanyak 35 dengan ukuran sampel pertama 3 dan ukuran sampel kedua 2 di plot pada grafik X-bar pada Gambar 6.



Gambar 7. Data diameter dalam cincin piston dengan ukuran sampel pertama 10 dan ukuran sampel kedua 9  
Data diameter dalam cincin piston sebanyak 95 dengan ukuran sampel pertama 10 dan ukuran sampel kedua 9 di plot pada grafik X-bar pada Gambar 7.

Untuk melihat optimalnya grafik X-bar dapat dilihat dengan menghitung nilai ATS. Semakin kecil nilai ATS maka grafik X-bar akan semakin optimal. Setelah data di plot pada grafik, nilai ATS dihitung untuk melihat kinerja dari grafik X-bar. Dengan menggunakan *software* Matlab diperoleh hasil ATS pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Nilai ATS pada Variabel Parameter

n	ATS
2	0,175
3	0,2333333
4	0,4666667
5	0,7
6	1,05
7	1,05
8	1,4
9	2,8
10	2,8

Tabel 2. Nilai ATS pada *Double Sampling*

$n_1$	$n_2$	ATS
2	3	2
2	10	2
9	10	1
3	2	2
10	2	1,5
10	9	0,3333333

Pada Tabel 1 dapat dilihat ketika menggunakan Variabel Parameter nilai ATS terkecil ketika  $n = 2$  dan nilai ATS terbesar ketika  $n = 9$  dan  $n = 10$ . Hal ini dapat disimpulkan jika nilai  $n$  semakin kecil, maka nilai ATS juga semakin kecil, artinya grafik X-bar akan semakin optimal ketika nilai  $n$  semakin kecil. Pada Tabel 2 dapat dilihat ketika menggunakan *Double Sampling* nilai ATS terkecil ketika  $n_1 = 10$  dan  $n_2 =$

9 sedangkan ketika nilai ATS terbesarketika  $n_1 = 2$  dan  $n_2 = 3$ . Hal ini dapat disimpulkan jika nilai  $n$  semakin besar, maka nilai ATS akan semakin kecil, artinya grafik  $\bar{X}$  akan semakin optimal ketika nilai  $n$  semakin besar. Jadi ketika menggunakan Variabel Parameter lebih baik menggunakan ukuran sampel yang kecil. Sebaliknya, ketika menggunakan *Double Sampling* lebih baik menggunakan ukuran sampel besar.

### Simpulan dan Saran

Pada variabel parameter, nilai ATS diperoleh dengan menentukan state berdasarkan titik jatuhnya sampel (*central region* atau *warning region*) dan status proses (*in-control* atau *out-of-control*) pada grafik  $\bar{X}$  sehingga diperoleh empat *state*. Kemudian membentuk matriks transisi dari masing-masing probabilitas yang diperoleh dengan ukuran matriks  $4 \times 4$ .

Pada *Double Sampling*, nilai ATS diperoleh dengan menentukan state berdasarkan titik jatuhnya sampel (*central region* atau *warning region*) dan status proses (*in-control* atau *out-of-control*) pada grafik  $\bar{X}$  sehingga diperoleh empat *state*. Kemudian membentuk matriks transisi dari masing-masing probabilitas yang diperoleh dengan ukuran matriks  $4 \times 4$ . *Double Sampling* disini memiliki dua ukuran sampel sehingga perlu dikalikan dengan probabilitas proses dalam keadaan terkontrol untuk menghitung probabilitas transisi.

Dari hasil uji perbandingan, pada Variabel Parameter dapat dilihat jika nilai ATS kecil ketika menggunakan ukuran sampel 2 yaitu 0,175 dan nilai ATS semakin besar jika ukuran sampel juga semakin besar. Sedangkan pada *Double Sampling* dapat dilihat jika nilai ATS kecil saat ukuran sampel pertama 10 dan ukuran sampel kedua 9 yaitu 0,3333 dan nilai ATS akan semakin besar jika ukuran sampel semakin kecil. Dari hasil ini didapatkan kesimpulan nilai ATS pada Variabel Parameter akan semakin kecil ketika ukuran sampel kecil sedangkan pada *Double Sampling* ukuran sampel semakin besar maka nilai ATS semakin kecil dimana semakin kecil nilai ATS maka grafik  $\bar{X}$  akan semakin optimal.

Dengan melihat hasil yang dicapai pada penelitian ini, ada beberapa hal yang penulis sarankan untuk pengembangan selanjutnya yaitu Kinerja dari grafik  $\bar{X}$  menggunakan Variabel *Sample Size and Sampling Interval* yaitu ukuran sampel dan interval pengambilan sampel tidak tetap, Kinerja dari grafik  $\bar{X}$  menggunakan VSSI melalui pendekatan rantai Markov, Uji perbandingan antara Variabel Parameter, *Double Sampling* dan Variabel *Sample Size and Sampling Interval*.

### Referensi

Adhikari, R., & Agrawal, R. . (2013). An Introductory Study on Time Series Modeling and Forecasting Ratnadip Adhikari R. K. Agrawal. *ArXiv Preprint ArXiv:1302.6613*,

1302.6613, 1–68.

- Anifa, Mukid, M. A., & Rusgiyono, A. (2012). Simulasi Stokastik Menggunakan Algoritma Gibbs Sampling. *Jurnal Gaussian*, 1, 21–30.
- Claro, F. A. E., Costa, A. F. B., & Machado, M. A. G. (2008). Double sampling  $\bar{X}$  control chart for a first order autoregressive process. *Pesquisa Operacional*, 28(3), 545–562. <https://doi.org/10.1590/S0101-74382008000300008>
- Flott, L. W. (2013). X-bar and R charts. In *Metal Finishing* (Vol. 89, Issue 3, pp. 29–31).
- Li, Z., Zou, C., Gong, Z., & Wang, Z. (2014). The computation of average run length and average time to signal: An overview. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 84(8), 1779–1802. <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.766737>
- Niaki, S. T. A., Gazaneh, F. M., & Toosheghanian, M. (2013). Economic design of variable sampling interval  $\bar{X}$ -bar control charts for monitoring correlated non normal samples. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 42(18), 2639–2658. <https://doi.org/10.1080/03610926.2011.628769>
- Rachman, T. (2013). *UEU-paper-6522-EMA503\_9\_-\_SQC* (pp. 1–17).
- Scouse, R. A. (2013). Introduction To Statistical Quality Control. In *Plastics and rubber international* (Vol. 10, Issue 1). <https://doi.org/10.2307/2988304>
- Sukparungsee, S. (2018). An approximation of average run length using the markov chain approach of a generally weighted moving average chart to monitor the number of defects. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 40(6), 1368–1377. <https://doi.org/10.14456/sjst-psu.2018.168>
- Teoh, W. L., & Khoo, M. B. C. (2012). Optimal Design of the Double Sampling X Chart Based on Median Run Length. *International Journal of Chemical Engineering and Applications*, January, 303–306. <https://doi.org/10.7763/ijcea.2012.v3.205>
- Tolver, A. (2019). An Introduction to Markov Chains. In *Basics of Probability and Stochastic Processes*. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-32323-3\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-030-32323-3_12)