

## PERBANDINGAN INTEGRASI NUMERIK METODE SIMPSON TIGA PER DELAPAN DAN ROMBERG MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN *PERL HYPertext PREPROCESSOR*

Riska Rahmawati Hasan<sup>1</sup>, Amrullah<sup>2</sup>, Ni Made Intan Kertiyani<sup>3</sup>, Sudi Prayitno<sup>4</sup>  
<sup>1,2,3,4</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram.

<sup>1</sup>riskarahmawatihasan@gmail.com

### Abstrak

Persoalan integral yang sulit diselesaikan secara analitik, sering kali diperlukan pendekatan numerik. Penelitian ini merupakan eksperimen murni yang membandingkan dua metode numerik, yaitu metode Simpson tiga per delapan dan metode Romberg. Kedua metode ini diimplementasikan menggunakan bahasa pemrograman PHP (*Perl Hypertext Preprocessor*) untuk menghitung nilai integral dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri. Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan program integrasi numerik menggunakan kedua metode tersebut, serta membandingkan efisiensi keduanya berdasarkan galat relatif dan waktu eksekusi. Berdasarkan implementasi algoritma kedua metode tersebut dalam pemrograman PHP, hasil penelitian menunjukkan bahwa rata-rata galat pada metode Simpson tiga per delapan dan Romberg secara berurutan adalah 0,013787% dan 0,001356%. Perbandingan galat antara kedua metode ini menunjukkan bahwa metode Romberg lebih akurat 9,89% dibandingkan dengan metode Simpson tiga per delapan. Namun, dari segi waktu eksekusi program, metode Simpson tiga per delapan membutuhkan waktu yang lebih singkat dibandingkan dengan metode Romberg. Rata-rata waktu eksekusi pada metode Simpson tiga per delapan dan Romberg secara berurutan adalah 0,00117 detik dan 1,77811 detik, perbandingan waktu eksekusi antara kedua metode ini menunjukkan bahwa metode Simpson tiga per delapan lebih singkat dibandingkan dengan metode Romberg ketika menggunakan jumlah iterasi yang sama.

**Kata Kunci:** Perbandingan Metode; Integrasi Numerik; Simpson tiga per delapan; Romberg; Pemrograman PHP

### Abstract

*Integral problems that are difficult to solve analytically often require a numerical approach. This research was a pure experiment comparing two numerical methods, namely the Simpson three eighths method and the Romberg method. Both methods are implemented using the PHP (Perl Hypertext Preprocessor) programming language to calculate the integral values of polynomial, exponential, and trigonometric functions. The objective of this research is to develop a numerical integration program using both methods and to compare their efficiency based on relative error and execution time. Based on the implementation of the algorithms of both methods in PHP programming, the research results show that the average error for the Simpson three eighths method and Romberg method are 0,013787% and 0,001356%, respectively. The comparison*

*of errors between these two methods indicates that the Romberg method is 9,89% more accurate than the Simpson three eighths method. However, in terms of program execution time, the Simpson three eighths method requires less time compared to the Romberg method. The average execution time for the Simpson three eighths method and Romberg method are 0,00117 seconds and 1,77811 seconds, respectively, and the comparison of execution time between these two methods shows that the Simpson three eighths method is shorter than the Romberg method when using the same number of iterations.*

**Keywords:** *Method Comparison; Numerical Integration; Simpson three eighths; Romber; PHP Programming*

## Pendahuluan

Matematika memegang peran penting dalam kemajuan pengetahuan dan teknologi, baik dalam ranah matematika itu sendiri maupun penerapannya (Salsabila and Setyaningrum, 2019). Salah satu konsep utama dalam matematika adalah kalkulus, yang mencakup integral (Sripatmi et al., 2021). Integral sering digunakan dalam sains dan rekayasa untuk menyelesaikan masalah matematika kompleks yang sulit diselesaikan secara analitik (Saputri and Zahra, 2023). Misalnya, beberapa fungsi kompleks dalam matematika membutuhkan penyelesaian integral yang seringkali tidak mudah diselesaikan secara analitik karena memerlukan multi substitusi fungsi (Rifai, Irzani, Waluyo & Laila, 2012:106).

Seiring dengan perkembangan teknologi, dibutuhkan suatu alat yang dapat menyelesaikan permasalahan integral dengan cepat dan hasil yang akurat. Salah satu pendekatan yang umum digunakan adalah metode numerik. Metode numerik adalah teknik penyelesaian masalah yang dirumuskan secara matematis dengan menggunakan operasi hitung (Rosidi, 2019:113). Metode numerik yang digunakan untuk memecahkan persoalan integral dikenal sebagai integrasi numerik, yang bertujuan untuk mendapatkan hasil integral yang mendekati nilai eksak (Ermawati, Fuji & Faihatas, 2018).

Integrasi numerik, memiliki beberapa metode untuk menyelesaikan integral tentu secara numerik. Salah satu metode yang umum digunakan adalah metode Newton-Cotes, yang meliputi metode trapesium, metode Simpson  $\frac{1}{3}$ , dan metode Simpson  $\frac{3}{8}$  (Bismo & Muharam, 2010:140). Menurut Suryana et al. (2022), metode Simpson  $\frac{3}{8}$  merupakan metode integrasi numerik yang unggul di antara metode Newton-Cotes lainnya karena menggunakan polinomial interpolasi orde yang lebih tinggi. Selain itu, terdapat metode perluasan dari metode Newton-Cotes yang digunakan untuk meningkatkan akurasi integrasi numerik, di antaranya adalah

metode Romberg dan metode Monte Carlo. Menurut Ermawati et al. (2017), metode Romberg jauh lebih akurat dibandingkan dengan metode simulasi Monte Carlo.

Dalam metode numerik, terdapat beberapa bahasa pemrograman komputer yang digunakan untuk penyelesaian numerik, seperti Matlab, Pascal, Python, dan PHP (*Hypertext Preprocessor*). PHP (*Hypertext Preprocessor*) adalah bahasa pemrograman open source yang memungkinkan pengguna mengubah dan mengembangkan situs web tanpa biaya tambahan (Widia & Astriningtias, 2021:31). PHP memiliki sejumlah keunggulan dibandingkan dengan bahasa pemrograman lainnya, di antaranya dapat diakses secara online oleh semua orang. Meskipun PHP memiliki banyak manfaat, penelitian mengenai penggunaan PHP dalam konteks numerik masih terbatas. Penelitian sebelumnya telah menganalisis perbandingan metode numerik menggunakan berbagai aplikasi, seperti penelitian oleh Samaray (2022) yang menggunakan Matlab, Firdaus et al. (2023) yang menggunakan Pascal, dan Erviana, Amrullah, Triutami, dan Subarinah (2023) yang menggunakan Python. Untuk mengisi celah pengetahuan yang jarang dibahas, penelitian ini memilih untuk menganalisis efisiensi metode numerik menggunakan bahasa pemrograman PHP.

Menghadapi keterbatasan penelitian sebelumnya terkait implementasi pemrograman PHP pada metode integrasi numerik, peneliti berupaya mencari metode yang paling efisien antara metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan metode Romberg. Peneliti tertarik untuk menguji kemampuan PHP dalam melakukan perhitungan secara otomatis dengan tingkat akurasi yang tinggi pada kedua metode integrasi numerik untuk menyelesaikan masalah fungsi. Oleh karena itu, penelitian ini diangkat dengan judul “Perbandingan Integrasi Numerik Metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg Menggunakan Pemrograman PHP (*Perl Hypertext Preprocessor*)”.

## Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode eksperimen murni (*True Experiment*). Dalam penelitian ini, metode eksperimen murni dapat digunakan untuk membandingkan integrasi numerik, yang dilihat melalui 2 aspek yaitu: membandingkan nilai galat relatif yang dihasilkan dalam perhitungan integral dan waktu pengerjaan pemrograman PHP dalam menyelesaikan masalah integrasi numerik.

Adapun algoritma integrasi numerik metode Simpson  $\frac{3}{8}$  adalah sebagai berikut:

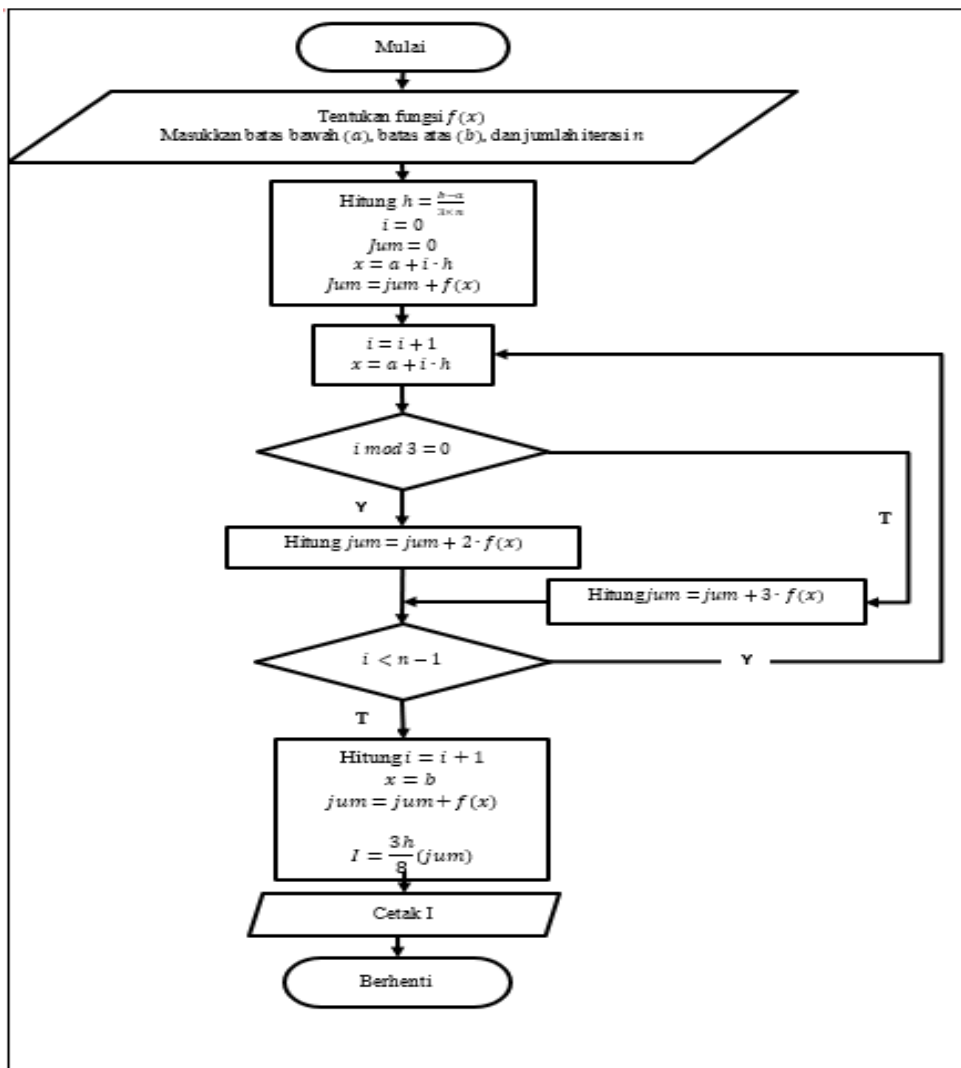
1. Menentukan fungsi yang akan diintegalkan  $y = f(x)$ .

2. Masukkan batas bawah ( $a$ ), batas atas ( $b$ ) integrasi.
3. Menentukan jumlah pias ( $n$ ) yang digunakan.
4. Menentukan nilai eksak dari fungsi integral.
5. Menentukan nilai integrasi metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dengan rumus:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{3h}{8} \left( f_0 + 3 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3,6,9,\dots}}^{n-1} f_i + 2 \sum_{i=3,6,9,\dots}^{n-3} f_i + f_n \right) \quad (2.1)$$

6. Menghitung galat relatif metode Simpson  $\frac{3}{8}$ .
7. Menghitung waktu pengerjaan pemrograman PHP dalam menyelesaikan permasalahan.

Diagram alir untuk metode Simpson  $\frac{3}{8}$  adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Flowchart Metode Simpson  $\frac{3}{8}$

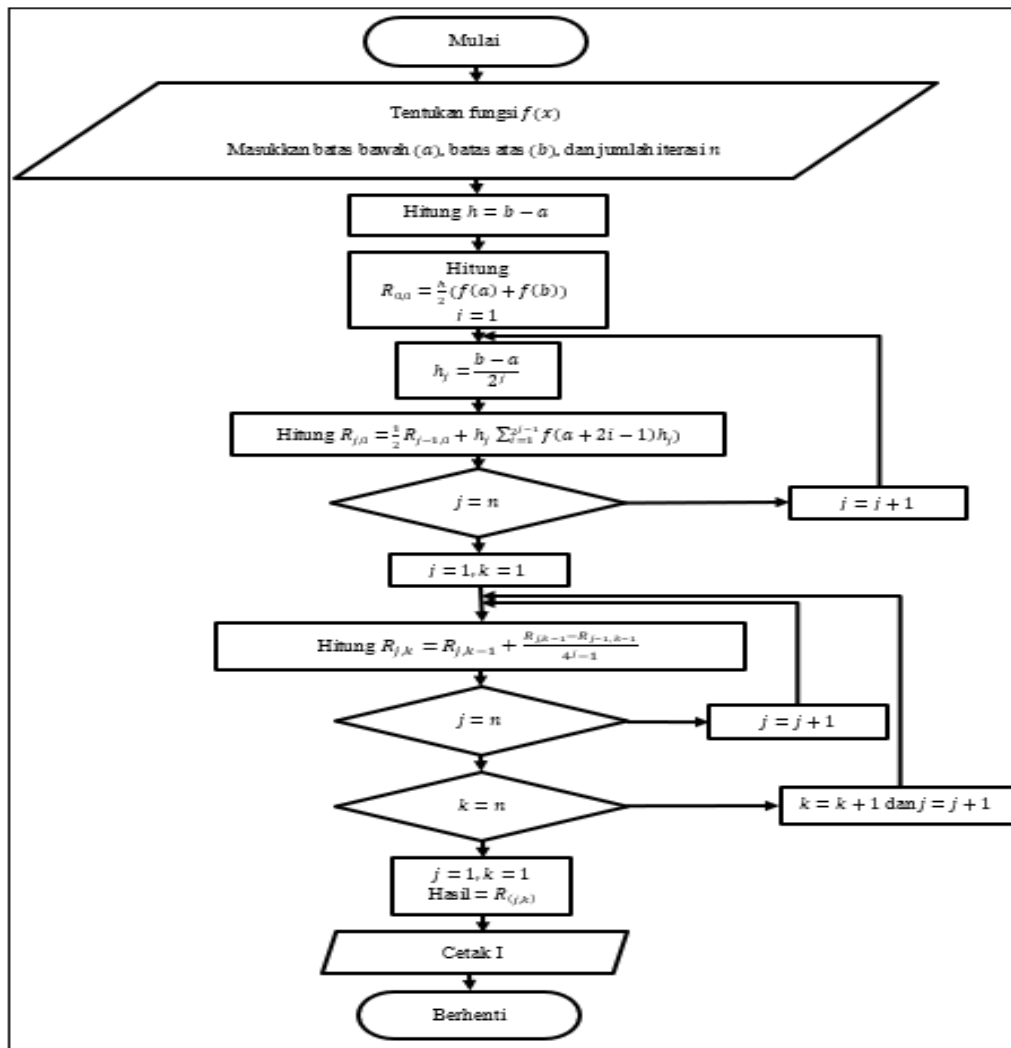
Adapun algoritma integrasi numerik metode metode Romberg adalah sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi yang akan diintegalkan  $y = f(x)$ .
2. Masukkan batas bawah ( $a$ ), batas atas ( $b$ ) integrasi.
3. Menentukan jumlah pias ( $n$ ) yang digunakan.
4. Menentukan nilai eksak dari fungsi integral.
5. Menentukan nilai integrasi metode Romberg menggunakan rumus:

$$R_{(j,k)} = R_{j,k-1} + \frac{R_{j,k-1} - R_{j-1,k-1}}{4^{k-1}} \quad (2.2)$$

6. Menghitung galat relatif metode Romberg.
7. Menghitung waktu pengerjaan pemrograman PHP dalam menyelesaikan permasalahan.

Diagram alir untuk metode Romberg adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Flowchart Metode Romberg

Dalam penelitian ini terdapat beberapa langkah yang harus dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian, yaitu sebagai berikut:

1. Persiapan
2. Implementasi metode menggunakan PHP
3. Uji coba program
4. Revisi program
5. Menjalankan program
6. Menganalisis hasil
7. Kesimpulan

### Hasil dan Pembahasan

Kode program yang digunakan pada bahasa pemrograman PHP dibuat dengan mengikuti algoritma pada metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg. Kemudian dilakukan uji coba dengan menggunakan integral fungsi polinomial, fungsi eksponensial, dan fungsi trigonometri. Uji coba program ini dilakukan untuk membuktikan validitas kode program tersebut. Integral fungsi yang digunakan merupakan integral fungsi yang telah diketahui solusinya. Integral fungsi yang digunakan untuk melakukan uji coba program sebagai berikut:

1.  $\int_3^5 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + 1 \, dx$
2.  $\int_1^5 (2x^2 - 3x + 3)^2 \, dx$
3.  $\int_0^2 (4 + \cos x)^2 \, dx$
4.  $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}} \, dx$
5.  $\int_0^2 x^2 e^x \, dx$
6.  $\int_1^3 \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} \, dx$

Setelah menguji program PHP dengan enam integral fungsi yang sudah diketahui hasilnya, diperoleh bahwa hasil perhitungan program tersebut sesuai dengan solusi integral yang diketahui, sehingga kode PHP yang dibuat dianggap valid. Oleh karena itu, kode ini dapat digunakan untuk perhitungan integral fungsi eksponensial, polinomial, dan trigonometri lainnya. Perhitungan ulang dilakukan untuk membandingkan galat dari beberapa fungsi tersebut dengan tujuan mengevaluasi perbandingan antara metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg

berdasarkan tingkat iterasi ( $n$ ) dan galat relatif yang dihasilkan. Integrasi numerik menggunakan kedua metode ini disajikan dalam Tabel 1.

**Tabel 1. Integrasi Numerik Metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg**

No.	Fungsi	Eksak	$n$	Metode Simpson $\frac{3}{8}$		Metode Romberg	
				Hampiran	Galat (%)	Hampiran	Galat (%)
1	$\int_1^3 (3x^8 - 5x^4 + 2x^2 - x + 7) dx$	6346	4	6348,32	0,03651	6346,0125	0,000197
2	$\int_0^2 (4x^6 + 2x^5 + 6x^3 - \sqrt{x} - 2) dx$	112,59057	7	112,5979	0,00652	112,59095	0,000339
3	$\int_1^3 (2x^8 + x^{\frac{3}{2}} + 3x^3 - 5x^2 + 8x - 2) dx$	4424,2798	5	4424,92	0,01439	4424,2798	0,000001
4	$\int_0^2 e^{2x} - 2x dx$	26,79908	5	22,80074	0,00728	22,799075	0,000020
5	$\int_1^3 x^2 e^{-x} dx$	0,99302	4	0,99302	0,00018	0,993017	0,000256
6	$\int_1^3 \frac{e^{2x}}{2+e^x} dx$	14,2803	3	14,28081	0,00359	14,28082	0,003643
7	$\int_0^1 \cos^2(x) \cdot \sin(x) dx$	0,28076	4	0,28077	0,00193	0,280757	0,001022
8	$\int_0^2 \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)} dx$	1,17975	6	1,17976	0,00055	1,1797463	0,000316
9	$\int_3^5 \frac{\sin 2x}{\sqrt{4+\cos 2x}} dx$	0,449244	5	0,44927	0,00569	0,449246	0,000534

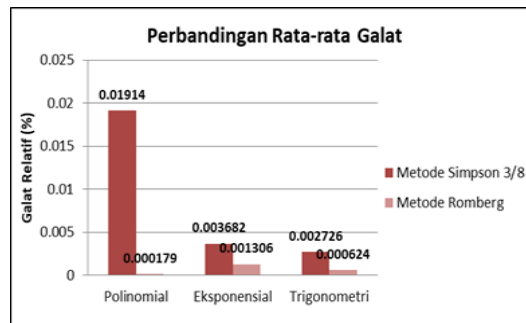
Pada Tabel 1, jumlah iterasi yang digunakan untuk program dengan metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg selalu sama. Namun, hasil perkiraan yang diperoleh dari kedua metode tersebut berbeda, begitu pula dengan galat pada setiap fungsi yang tidak selalu konsisten meskipun jumlah iterasi yang digunakan sama untuk berbagai fungsi. Hasil program dengan metode Romberg menunjukkan keunggulannya dalam mendekati nilai eksak dengan metode Simpson  $\frac{3}{8}$ . Dengan jumlah iterasi yang sama, metode Romberg memberikan estimasi yang lebih akurat dan sangat mendekati nilai tepat dari integral tersebut. Pendekatan rekursif dalam metode Romberg memungkinkan peningkatan akurasi yang signifikan dengan meningkatkan jumlah iterasi. Oleh karena itu, metode Romberg lebih disarankan untuk perhitungan integral numerik ketika diperlukan tingkat akurasi yang tinggi.

Perbandingan rata-rata galat yang diperoleh dari metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg untuk fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2. Rata-rata Galat**

Jenis Fungsi	Rata-rata Galat (%)	
	Metode Simpson $\frac{3}{8}$	Metode Romberg
Polinomial	0,019140	0,000179
Eksponensial	0,003682	0,001306
Trigonometri	0,002726	0,000624
<b>Rata-rata</b>	<b>0,013787</b>	<b>0,001356</b>

Tabel 2. menampilkan rata-rata galat pada fungsi polinomial, fungsi eksponensial, dan fungsi trigonometri untuk masing-masing metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan metode Romberg berdasarkan hasil yang telah didapatkan pada Tabel 1. perbandingan tersebut disajikan dalam bentuk diagram batang seperti Gambar 3.



**Gambar 3. Perbandingan Rata-rata Galat**

Berdasarkan Gambar 3, hasil program yang menggunakan metode Romberg menunjukkan keunggulan-nya dalam mendekati nilai eksak dari integral fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri dibandingkan dengan metode Simpson  $\frac{3}{8}$ . Dengan iterasi yang sama, metode Romberg memberikan nilai perkiraan yang lebih akurat dan sangat dekat dengan nilai eksak dari integral tersebut. Pendekatan rekursif yang digunakan dalam metode Romberg memungkinkan peningka-tan akurasi yang signifikan dengan peningkatan jumlah iterasi. Oleh karena itu, metode Romberg lebih direkomendasikan untuk perhitungan integral numerik dalam kasus yang memerlukan akurasi tinggi. Rata-rata galat pada metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg berturut-turut adalah 0,013787% dan 0,001356%. Galat terkecil pada metode Romberg adalah 0,000001%, yang diperoleh dari integral fungsi polinomial. Sedangkan galat terkecil pada metode Simpson  $\frac{3}{8}$  adalah 0,00018%, yang diperoleh dari fungsi eksponensial. Secara keseluruhan, Perbandingan galat antara kedua metode ini menunjukkan bahwa metode Romberg lebih akurat 9,89% dibandingkan dengan metode Simpson  $\frac{3}{8}$ .

Selain membanding-kan galat, pada peneliti juga membandingkan waktu yang dibutuhkan komputer untuk menyelesaikan perhitungan integral tertentu berdasarkan setiap metode yang digunakan.

Fungsi yang digunakan untuk perbandingan waktu adalah sebagai berikut:

1.  $a_1x^{p_1} + a_2x^{p_2} - a_3x^{p_3} + a_4x^{p_4} + c$
2.  $\frac{a_1 \sin(x)}{\sqrt{c+a_2 \cos(x)}}$



3.  $\frac{a_1 e^{a_2 x}}{c + a_3 e^{a_4 x}}$

Hasil perhitungan waktu pada fungsi polinomial  $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-1} + \dots + a_n x^0$  dengan batas bawah ( $a$ ) = 1 dan batas atas ( $b$ ) = 5 dapat dilihat pada Tabel 3.

**Tabel 3 Perhitungan Waktu pada Fungsi Polinomial**

Parameter							Iterasi	Waktu eksekusi program (detik)	
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$n$		Metode Simpson $\frac{3}{8}$	Metode Romberg
7	5	-9	6	8	2	5	10	0,00078	0,071
7	5	-9	6	8	2	5	13	0,0013	0,38
7	5	-9	6	8	2	5	16	0,0013	0,499
7	5	-9	6	8	2	5	18	0,0014	2,187
7	5	-9	6	8	2	5	20	0,0022	8,45

Berdasarkan Tabel 3. Rata-rata waktu eksekusi untuk fungsi polinomial adalah sebagai berikut:

1. Metode Simpson  $\frac{3}{8}$ : 0,0014 detik.
2. Metode Romberg: 2,32 detik

Selanjutnya hasil perhitungan waktu pada fungsi trigonometri  $f(x) = \frac{a_1 \sin(x)}{\sqrt{c + a_2 \cos(x)}}$  dengan batas bawah ( $a$ ) = 3 dan batas atas ( $b$ ) = 7 dapat dilihat pada Tabel 4.

**Tabel 4 Perhitungan Waktu pada Fungsi Trigonometri**

Parameter			Iterasi	Waktu eksekusi program (detik)	
$a_1$	$a_2$	$c$		Metode Simpson $\frac{3}{8}$	Metode Romberg
1	2	3	10	0,000599	0,004896
2	3	5	13	0,000577	0,049421
3	4	5	15	0,000834	0,165689
4	5	6	18	0,001224	1,374114
3	6	4	20	0,000952	4,950552

Berdasarkan Tabel 4. Rata-rata waktu eksekusi untuk fungsi trigonometri adalah sebagai berikut:

1. Metode Simpson  $\frac{3}{8}$ : 0,00084 detik.
2. Metode Romberg: 1,3089 detik

Selanjutnya hasil perhitungan waktu pada fungsi eksponensial  $f(x) = \frac{a_1 e^{a_2 x}}{c + a_3 e^{a_4 x}}$  dengan batas bawah ( $a$ ) = 0 dan batas atas ( $b$ ) = 10 dapat dilihat pada Tabel 5.

**Tabel 5. Perhitungan Waktu pada Fungsi Eksponensial**

Parameter					Iterasi	Waktu eksekusi program (detik)	
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$c$		Metode Simpson $\frac{3}{8}$	Metode Romberg
1	2	3	4	5	10	0,00081	0,0258
3	4	5	2	1	15	0,0027	0,1833
5	2	3	1	4	17	0,00079	0,6369
4	1	5	2	3	19	0,00126	2,5321
1	2	3	4	5	20	0,00075	5,1599

Berdasarkan Tabel 5. Rata-rata waktu eksekusi untuk fungsi eksponensial adalah sebagai berikut:

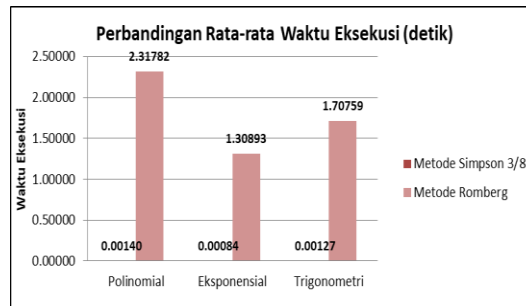
1. Metode Simpson  $\frac{3}{8}$ : 0,0013 detik.
2. Metode Romberg: 1,7076 detik

Untuk perbandingan rata-rata waktu eksekusi program antara metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan metode Romberg pada fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dapat dilihat secara lebih rinci pada Tabel 6.

**Tabel 6. Rata-rata Waktu Eksekusi**

Jenis Fungsi	Rata-rata Waktu Eksekusi	
	Metode Simpson $\frac{3}{8}$	Metode Romberg
<b>Polinomial</b>	0,0014024	2,317816401
<b>Trigonometri</b>	0,0008372	1,30893445
<b>Eksponensial</b>	0,0012728	1,707588387
<b>Rata-rata</b>	0,0011708	1,778113079

Tabel 6. menampilkan rata-rata waktu pengerjaan atau waktu eksekusi pada fungsi polinomial, fungsi eksponensial, dan fungsi trigonometri untuk masing-masing metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan metode Romberg berdasarkan hasil yang telah didapatkan pada Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5. Rata-rata waktu eksekusi pada metode Simpson  $\frac{3}{8}$  dan Romberg berturut-turut adalah 0,0011708 detik dan 1,778113 detik. Perbandingan waktu eksekusi antara kedua metode ini menunjukkan bahwa metode Simpson  $\frac{3}{8}$  lebih cepat 0,0658% dibandingkan dengan metode Romberg ketika menggunakan jumlah iterasi yang sama. Perbandingan tersebut disajikan dalam bentuk diagram batang seperti Gambar 4.



**Gambar 4. Perbandingan Rata-rata Waktu Eksekusi**

Pengukuran waktu hanya melibatkan eksekusi inti dari algoritma, tanpa memperhitungkan waktu *input* atau *output*. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Herfina et al. (2019), keakuratan dalam mengukur waktu eksekusi algoritma diperoleh dengan mengabaikan waktu yang diperlukan dengan mengabaikan operasi input atau output. Penelitian ini sejalan dengan temuan Suryana, Siswoyo, dan Rahmanto (2022), yang menunjukkan bahwa metode Simpson  $\frac{3}{8}$  merupakan metode integrasi numerik yang unggul di antara metode Newton-Cotes lainnya karena menggunakan polinomial interpolasi dengan orde lebih tinggi, yang meningkatkan akurasi dan efisiensi waktu perhitungan. Selain itu, penelitian Ermawati et al. (2018), menegaskan bahwa metode Romberg memiliki akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan metode Monte Carlo, terutama dalam hal integrasi numerik dengan tingkat presisi yang lebih tinggi.

### Simpulan dan Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, integrasi numerik pada fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri menunjukkan bahwa metode Romberg memiliki galat sebesar 0,001356% dan metode Simpson  $\frac{3}{8}$  memiliki galat sebesar 0,013787%. Metode Romberg lebih akurat 9,89% dibandingkan dengan metode Simpson  $\frac{3}{8}$ . Galat terkecil pada metode Romberg terjadi pada fungsi polinomial, sedangkan pada metode Simpson  $\frac{3}{8}$  terjadi pada fungsi eksponensial. Namun, metode Simpson  $\frac{3}{8}$  lebih cepat dengan waktu komputasi sebesar 0,00117 detik dibandingkan dengan metode Romberg yang membutuhkan waktu 1,77811 detik. Kedua metode menunjukkan kecepatan tertinggi pada fungsi trigonometri. Peneliti merekomendasikan penelitian lebih lanjut mengenai perhitungan integrasi numerik

pada berbagai fungsi lainnya, serta penggunaan bahasa pemrograman PHP dalam penelitian lanjutan.

## Referensi

- Bismo, S., & Muharam, Y. (2010). *Metode Numerik: komputasi dengan fortran 77 dan turbo pascal*. Bandung Sains & Teknologi. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2109.7440>
- Ermawati, Rahayu, P., & Zuhairoh, F. (2017). Perbandingan solusi numerik integral lipat dua pada fungsi aljabar dengan metode romberg dan simulasi monte carlo. *Jurnal MSA*, 5(1ED. JAN-JUN), 46–57. <https://doi.org/10.24252/MSA.V5I2.4505>
- Ermawati, Rahayu, P., & Zuhairoh, F. (2018). Perbandingan solusi numerik integral lipat dua pada fungsi fuzzy dengan metode romberg dan simulasi monte carlo. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 5(December 2017), 14–22. <https://doi.org/10.24252/jmsa.v5n1p46>
- Erviana, B. S., Amrullah, Triutami, T. W., & Subarinah, S. (2023). Efisiensi penyelesaian numerik persamaan non-linier dengan metode newton Rapshon dan metode secant menggunakan program software berbasis python. *Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, 08, 31–41. <https://doi.org/10.23969/jp.v8i3.10964>
- Firdaus, A., Amrullah, A., Wulandari, N. P., & Hikmah, N. (2023). Analisis efisiensi integral numerik metode simpson 1/3 dan simpson 3/8 menggunakan program software berbasis pascal. *Jurnal Teknologi Informatika Dan Komputer*, 9(2), 1051–1064. <https://doi.org/10.37012/jtik.v9i2.1737>
- Herfina, N., Amrullah, & Junaidi. (2019). *Efektifitas metode trapesium dan simpson dalam penentuan luas menggunakan program pascal*. Vol. 1 No. 1 (2019): Edisi Juni, 53–63. <https://doi.org/10.29303/jm.v1i1.1242>
- Rifai, & Irzani. (2012). *Analisis dan Komputasi Metode Numerik* (E. Waluyo & H. Laila (eds.); 1st ed.). Sukses Mandiri Press.
- Rosidi, M. (2019). *Metode numerik menggunakan R untuk teknik lingkungan*. Piktochart: Bandung. [https://bookdown.org/moh\\_rosidi2610/Metode\\_Numerik](https://bookdown.org/moh_rosidi2610/Metode_Numerik)
- Salsabila, N. H., & Setyaningrum, W. (2019). Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Game: Statistics In Arctic. *Mathematics and Educations Journal*, 1(1), 53–63. <https://doi.org/10.29303/jm.v1i1.1248>
- Samaray, S. (2022). Analisis solusi beberapa metode integrasi numerik berbasis matlab mobile. *Institut Teknologi Dan Bisnis Stikom Bali, Seminar Nasional Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat CORISINDO*, 233–238. <https://corisindo.stikom-bali.ac.id>
- Saputri, A. M., & Zahra, A. (2023). Penerapan integral numerik metode simpson menggunakan konteks perahu bidar sumatra utara. *Jurnal of Education in Matematics, Sciense, and Technology (JEMST)*, 6(2), 63–74. <https://doi.org/10.30631/jemst.v6i2.104>
- Sripatmi, S., Azmi, S., Junaidi, J., Wulandari, N. P., & Lu'luilmaknun, U. (2021). Kriteria Buku Referensi Media Pembelajaran Matematika Yang Diperlukan Bagi Guru-Guru SMP Di Mataram. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 3(2), 115–124.

<https://doi.org/10.29303/jm.v3i2.3103>

Suryana, M. E., Siswoyo, C. T., & Rahmanto, A. (2022). *Evaluasi dari metode: trapesium, simpson 1/3, simpson 3/8 dan newton cotes orde 4-10 untuk menghitung integral tertentu secara numerik*. 13(3). <https://doi.org/10.26877/aks.v13i3.12908>

Widia, I. D. M., & Astriningtias, S. R. (2021). *Cara cepat dan praktis membangun web dengan PHP dan MySQL*. Universitas Brawijaya Press.